РОЖДЕСТВЕНСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВСТРЕЧИ ФОНДА ДМИТРИЯ ЗИМИНА «ДИНАСТИЯ»

8-11 января 2013 года, Москва, НМУ, конференц-зал
Председатель: Pierre Deligne

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Арсений Акопян
ИППИ РАН

Теоремы о делении мер в комбинаторной геометрии. Знаменитая теорема о бутерброде утверждает, что любые d абсолютно непрерывные вероятностные меры в d-мерном пространстве можно одновременно рассечь пополам гиперплоскостью. Мы будем рассматривать обобщение этой теоремы для случая $d+1$ мер в d-мерном пространстве. Нас будет интересовать вопрос, когда можно отрезать равную долю от всех мер с помощью гиперплоскости или выпуклого тела.

Иван Аржанцев
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Группа автоморфизмов многообразия с действием тора сложности один. В 1970 году Демазюр нашел комбинаторное описание группы автоморфизмов Aut(X) полного гладкого торического многообразия X как линейной алгебраической группы. Центральную роль здесь играет понятие системы корней, связанной с полным веером. Позже Кокс интерпретировал и обобщил результаты Демазюра, используя однородное координатное кольцо R(X).

Мы получаем явное описание группы автоморфизмов полного рационального многообразия X с действием тора сложности один. Оно основано на представлении кольца Кокса R(X) в терминах триномов и на интерпретации корней Демазюра как степеней однородных локально нильпотентных дифференцирований. В частности, мы описываем систему корней полупростой части группы Aut(X). Это позволяет получить ряд классификационных результатов об алгебраических многообразиях с почти транзитивным действием алгебраической группы.

Доклад основан на совместной работе с Юргеном Хаузеном, Еленой Херппих и Алваро Льендо.

Екатерина Булинская
МГУ имени М.В.Ломоносова

Новые методы исследования ветвящихся случайных блужданий В докладе излагаются недавние результаты, полученные автором в области предельных теорем для модели каталитического ветвящегося случайного блуждания по целочисленной решетке произвольной размерности. Основное внимание уделяется предельным распределениям локальных численностей частиц. Предлагаются такие новые методы, как построение вспомогательного ветвящегося процесса Беллмана-Харриса со многими типами частиц, введение «времен достижения с запретом» в рамках случайного блуждания по целочисленной решетке, а также применение дробных производных производящих функций случайных величин.

Александр Буряк
МГУ им. М.В.Ломоносова

Integrals of ψ-classes over double ramification cycles. Double ramification cycles are certain codimension g cycles in the moduli space $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$ of stable genus g curves with n marked points. They have proved to be very useful in the study of the intersection theory of $\overline{\mathcal{M}}_{g,n}$. In my talk I will explain that integrals of arbitrary monomials in ψ-classes over double ramification cycles have an elegant expression in terms of vacuum expectations of certain operators that act in the infinite wedge space.

The talk is based on a joint work with S. Shadrin, L. Spitz and D. Zvonkine.

Александр Буфетов
МИАН, ИППИ РАН и НИУ ВШЭ

Infinite Determinantal Measures Infinite determinantal measures introduced in the talk are inductive limits of determinantal measures on an exhausting family of subsets of the phase space. Alternatively, an infinite determinantal measure can be described as a product of a determinantal process and a convergent, but not integrable, multiplicative functional. The main result of the talk gives an explicit description for the ergodic decomposition of infinite Pickrell measures on the spaces of infinite complex matrices in terms of infinite determinantal measures obtained by finite-rank perturbations of Bessel point processes.

The talk is based on the preprint http://arxiv.org/abs/1207.6793

Алексей Буфетов
ИППИ РАН

Центральная предельная теорема для планшерелевских представлений бесконечномерной унитарной группы В работе изучается асимптотика следов (некоммутативных) мономов, возникающих как образы некоторых элементов из универсальной обертывающей алгебры бесконечномерной унитарной группы при ее планшерелевских представлениях. Доказывается, что они сходятся к (коммутативным) моментам гауссовского процесса, являющегося набором двумерных гауссовых свободных полей с простой, но не тривиальной корреляцией. Этот предельный процесс ранее возникал как глобальный предел для флуктуаций спектра подматриц вигнеровской эрмитовой случайной матрицы.

Доклад основан на совместной работе с А. Бородиным.

Вадим Володин
МИАН

Геометрическая реализация гамма-векторов 2-усеченных кубов. В докладе будет рассмотрено семейство многогранников (2-усеченные кубы), получающихся из куба последовательностью срезок граней коразмерности 2. Ранее доказано, что многие важные классы многогранников (граф-ассоциэры, граф-кубиэдры и флаговые нестоэдры) являются 2-усеченными кубами. Этот класс многогранников обладает замечательными свойствами, в частности, каждый 2-усеченный куб является флаговым простым многогранником. Известна гипотеза (Э.Нево и Т.Петерсен), утверждающая, что гамма-вектор флагового простого многогранника реализуется как f-вектор некоторого симплициального комплекса. В докладе будет рассказано доказательство этой гипотезы для 2-усеченных кубов.

Максим Всемирнов
Санкт-Петербургский государственный университет и ПОМИ РАН

Гурвицевы группы и их образующие. Гурвицевы (или конечные (2,3,7)-порожденные группы) могут быть определены как конечные группы с двумя образующими, скажем, x и y, удовлетворяющими соотношениям $x^2 = y^3 = (xy)^7 = 1$. Имеется и другое их описание, известное еще в конце XIX века. А именно, Гурвиц показал, что для римановой поверхности R рода $g > 1$ выполнено неравенство $|Aut(R)| \leq 84(g-1)$. Кроме того, группы автоморфизмов римановых поверхностей, для которых это неравенство превращается в равенство, — это в точности гурвицевы группы. Именно это их свойство и объясняет интерес к классу (2,3,7)-порожденных групп.

Долгое время считалось, что такие группы довольно редки. Лишь 20 лет назад, после работ А.Луккини, К.Тамбурини и Дж. Уилсона стало понятно, что ситуация в точности противоположная. Например, "большая часть"конечных простых групп гурвицевы. Однако для многих групп малого (лиевского) ранга вопрос об их гурвицевости остается открытым.

В докладе будет рассказано о результатах, полученных на протяжении последнего десятилетия, в том числе о новых сериях гурвицевых групп и о поиске их явных гурвицевых образующих. Также будет объяснено, почему для небольших значений n гурвицевых подгрупп в $PGL(n, F)$ "мало".

Александр Гайфуллин
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, МИАН и ИИТП

Generalization of Sabitov's theorem to polyhedra of arbitrary dimensions. The classical Heron formula computes the area of a triangle from its side lengths. However, the area of a polygon with at least 4 sides cannot be computed from its side lengths, since any such polygon can be flexed preserving the side lengths so that the area varies continuously.

The situation changes in dimension 3. In 1996 Sabitov proved that the volume of any simplicial polyhedron in the 3-dimensional Euclidean space is a root of a monic polynomial whose coefficients are polynomials in the squares of the edge lengths of the polyhedron. Hence the volume of a polyhedron with given combinatorial type and edge lengths can take only finitely many values. The main application of this result concerns the so-called Bellows Conjecture, which claims that the volume of an arbitrary flexible polyhedron remains constant under the flexion. Sabitov's theorem implies that this conjecture holds in dimension 3.

For a long time the question on the analog of Sabitov's result in higher dimensions had remained open. In 2011 the speaker proved an analog of Sabitov's theorem in dimension 4. The present talk is devoted to a recent result of the speaker that claims that a direct analog of Sabitov's theorem holds in arbitrary dimension n>2. Moreover, the same assertion holds not only for simplicial polyhedra, but for all polyhedra with triangular 2-faces.

The main tools of the proof are theory of places of fields and theory of simplicial collapses.

Алексей Елагин
Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича

Производные категории когерентных пучков на одномерных стеках. Простейший пример одномерного стека - прямая с орбифолдной точкой кратности два, т.е. факторстек аффинной прямой по действию циклической группы порядка два. Общие одномерные стеки - это кривые с несколькими орбифолдными точками некоторых кратностей. Локально они устроены как факторы кривых по действию циклической группы. Производные категории когерентных пучков на таких стеках описаны, в них в геометрических терминах построены исключительные наборы.

Примером одномерного стека является глобальный фактор кривой C по действию конечной группы G. Когерентные пучки на таком стеке - это G-эквивариантные когерентные пучки на C. Докладчиком был придуман способ построения исключительных наборов в производной категории G-эквивариантных когерентных пучков на многообразии при условии наличия в производной категории самого многообразия инвариантного исключительного набора. Если кривая C-проективная прямая, то этот способ даёт полный исключительный набор на факторстеке $C//G$.

Вообще, в случае действия на проективной прямой производные категории когерентных пучков на факторстеке изучены достаточно хорошо. Так, А. Кирилловым в терминах теории представлений было построено семейство полных исключительных наборов на факторстеках $P^1//G$ и описаны перестройки между ними. Для групп типа A_n в качестве "крайних"представителей семейства получается известный "геометрический"набор и набор, построенный докладчиком.

Я расскажу об этих трёх конструкциях, а также о связи между ними.

Николай Ероховец
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Критерий того, что инвариант Бухштабера симплициального комплекса равен двум. Каждому симплициальному комплексу K на m вершинах соответствует момент-угол комплекс $\mathcal{Z}_K$ с действием тора $T^m = (S^1)^m$. *Числом Бухштабера* называется максимальная размерность подгруппы $H \subset T^m$, $H \simeq T^k$, действующей на $\mathcal{Z}_K$ свободно. Первоначально число $s(K)$ было введено для комплекса $K = \partial P^*$, являющегося границей симплициального многогранника, полярного к простому выпуклому n-мерному многограннику P с m гипергранями. В этом случае $1 \leqslant s(P) \leqslant m - n$, причём для $s(P) = m - n$ факторпространство $\mathcal{Z}_K/T^{m-n}$ является квазиторическим многообразием – топологическим аналогом алгебраического торического многообразия. Решается следующая задача: привести критерий того, что $s(K) = 2$.

Для простых многогранников $s(P) = 1$ тогда и только тогда, когда P – симплекс, то есть $m - n = 1$. Для симплициальных комплексов $s(K) = 1$ тогда и только тогда, когда $K \neq \Delta^n$ и любые две и любые три недостающие грани пересекаются. Случай $s(P) = 2$ гораздо более сложный: можно показать, что для любого $k \geqslant 1$ существует n-мерный многогранник P с $n + k$ гипергранями и $s(P) = 2$. В докладе будет дан критерий того, что $s(K) = 2$.

Владимир Жгун
Институт системного анализа РАН и лаборатория Понселе

On generation of the little Weyl group by reflections and products of orthogonal reflections Let G be a reductive group over an algebraically closed field of characteristic zero, B be a Borel subgroup of G, and X be a normal G-variety. We consider the so-called extended little Weyl group of X, which is an important invariant introduced by F. Knop. This group is a semidirect product of the little Weyl group and the Weyl group of the Levi part of the normalizer of a general B-orbit. The extended little Weyl group can be embedded in the Weyl group W of G. We show that the extended little Weyl group as a subgroup of W is generated by reflections and products of two orthogonal reflections. This generalizes a result of Brion for spherical varieties and gives another proof of the fact that the little Weyl group is generated by reflections.

Based on a joint survey with D.A.Timashev.

Антон Изосимов
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Integrable systems, bihamiltonian structures and the multidimensional rigid body. As you know, it is hardly possible to spin a book around its middle axis of symmetry, due to the Lyapunov unstability of this rotation. I will tell about the multidimensional generalization of this result, and about the underlying algebra, which is related to bi-Hamiltonian structures.

Роман Карасёв
Московский физико-технический институт

Теоремы типа Борсука–Улама для метрических пространств. Известная теорема Борсука–Улама утверждает, что при всяком непрерывном отображении $f : S^n \to \mathbb{R}^n$ некоторые две противоположные точки отображаются в одну. Хопф обобщил это утверждение и доказал, что для всякого риманова многообразия X размерности n, непрерывного отображения $f : X \to \mathbb{R}^n$ и положительного δ найдётся пара точек $x, y \in X$, для которых $f(x) = f(y)$ и точки x и y соединены геодезической длиной δ.

Известны простые и сравнительно элементарные доказательства теоремы Борсука–Улама, и доказательство теоремы Хопфа также сравнительно несложно. В этом докладе мы рассмотрим менее элементарные доказательства, правда позволяющие немного обобщить эти теоремы.

Наше изложение вдохновлено работой М. Громова (2010), в которой некоторые задачи дискретной геометрии решаются методом «стягивания в пространстве (ко)циклов». Эти методы не очень просты для понимания, но в этом докладе мы рассматриваем сравнительно простой случай теорем типа Борсука–Улама, к которым этот метод применим и имеет наглядный геометрический смысл.

Валентина Кириченко
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Polyhedral divisors and spherical varieties. In 2003, Altmann and Hausen introduced notions of polyhedral divisors and divisorial fans which describe varieties with an arbitrary algebraic torus action in the same way as usual fans describe toric varieties. I will give an overview of this theory and then talk about its recent applications to spherical varieties (joint work with Klaus Altmann and Lars Petersen).

Дмитрий Кубрак
Национальный исследовательский университет Высшая школа

Теоремы Брауэра-Зигеля для торов над функциональным полем и некоммутативные обобщения. Классическая теорема Брауэра-Зигеля сравнивает рост числа классов числового поля и его дискриминта, если степень числового поля над Q ограничена. Формула Цфасмана-Влэдуца помогает ответить на вопрос, что происходит с числом классов, если отбросить последнее условие. Формула Цфасмана-Влэдуца продолжается и на функциональный случай и я расскажу как и в каком смысле она обобщается на случай алгебраических торов. Заменяя тор на произвольную редуктивную группу G мы также получим некоторую асимптотическую оценку на число точек $Bun(G)$.

Каринэ Куюмжиян
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, Лаборатория алгебраической геометрии и её приложений; Лаборатория Понселе и Независимый Московский университет

Унирациональность и существование бесконечно транзитивных бирациональных моделей. Цель доклада – обсудить связь между унирациональными алгебраическими многообразиями и такими аффинными алгебраическими многообразиями X, на которых группа специальных автоморфизмов (получаемых из $(k,+)$-действий на X) $SAut(X)$ действует на гладких точках X бесконечно транзитивно. В статье Аржанцева-Фленнера-Калимана-Кутчебауха-Зайденберга доказано, что любое такое многообразие унирационально, а также что обратное утверждение неверно. Однако в гипотезе Богомолова (пока не доказанной) утверждается, что для любого унирационального многообразия Y существует такое N и такая аффинная гладкая бирациональная модель X многообразия $Yx(k^N)$, что $SAut(X)$ действует на X бесконечно транзитивно. Эта гипотеза доказана в частном случае, когда на Y имеется достаточно (хотя бы $\dim Y$) структур расслоения с общим слоем P^1.

Доклад основан на совместной работе с Ф. Богомоловым и И. Каржемановым.

Андрей Миронов.
Новосибирский государственный университет и ИМ СО РАН

Самосопряженные коммутирующие дифференциальные операторы. В докладе будет рассказано о задаче построения пар коммутирующих обыкновенных дифференциальных операторов. В конце 70-х годов И. М. Кричевер построил взаимно однозначное соответствие между такими парами, удовлетворяющими некоторым условиям общего положения, и наборами спектральных данных, которые состоят из алгебраической кривой, некоторой дополнительной структуры на ней и ранга — размерности пространства совместных собственных функций операторов при фиксированных собственных числах общего положения, от значения которого задача восстановления операторов зависит существенным образом. Так, в случае ранга 1 совместные собственные функции и коэффициенты операторов выражаются через тэта-функцию многообразия Якоби спектральной кривой. В случае же ранга больше 1 задача явного нахождения операторов в общем виде не решена до сих пор. Имеются следующие результаты в этом направлении. И. М. Кричевером и С. П. Новиковым найдены пары коммутирующих операторов ранга два, отвечающие эллиптическим спектральным кривым, О. И. Мохов нашел пары операторов ранга три, также отвечающие эллиптическим спектральным кривым.

В докладе будет рассказано об одном методе построения пар коммутирующих операторов ранга два, отвечающих спектральным кривым произвольного рода. С помощью этого метода найдены примеры операторов с полиномиальными коэффициентами, задающие коммутативные подалгебры алгебры Вейля, с гладкими периодическими коэффициентами и другие.

Сергей Облезин
Институт теоретической и экспериментальной физики

Mirror symmetry and Whittaker functions. I am going to present my recent results on representation theoretic description of mirror symmetry on homogeneous spaces of reductive groups.

Иван Оселедец
Институт вычислительной математики РАН

Тензоры и вычисления. Классическая линейная алгебра исследует операторы и их дискретные представления - матрицы. Матричный анализ содержит большое количество замечательных результатов и составляет основу всех эффективных подходов вычислительной математики. Однако при попытке обобщить матричные результаты (в первую очередь, матричные разложения) на многомерный (тензорный) случай возникают существенные трудности. Многие интуитивно понятные в матричном случае результаты, связанные с тензорными разложениями, оказываются ошибочными. При этом в приложениях такие задачи возникают абсолютно естественно. В последние несколько лет удалось получить существенно новые результаты по обобщению классических матричных результатов (в первую очередь, сингулярного разложения) на тензорный случай. В докладе будет дан краткий обзор и представлены некоторые открытые вопросы.

Тарас Панов
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, ИППИ РАН и ИТЭФ

Гомотопический тип момент-угол-комплексов. Момент-угол-комплекс Z_K представляет собой клеточный комплекс с действием тора, составленный из произведений дисков D^2 и окружностей S^1, параметризованных гранями некоторого симплициального комплекса K. Замена пары (D^2, S^1) на произвольную клеточную пару (X, A) приводит к понятию полиэдрального произведения. Эта конструкция в настоящее время активно изучается в теории гомотопий, а также имеет множество интересных геометрических интерпретаций. Например, момент-угол-комплекс $Z_K = (D^2, S^1)^K$ гомотопически эквивалентен доплнению конфигурации координатных подпространств в C^m, задаваемой комплексом K. Если же K является границей симплициального многогранника (или происходит из полного симплициального веера), то Z_K является гладким многообразием, на котором имеются весьма интересные некэлеровы комплексные структуры, обобщающие известные серии многообразий Хопфа и Калаби-Экманна.

В докладе мы рассмотрим классы симплициальных комплексов K, для которых момент-угол-комплекс Z_K имеет гомотопический тип букета сфер или связной суммы произведений сфер. В случае флаговых комплексов получена полная характеризация этих классов, как в алгебраических, так и в комбинаторных терминах. Для букета сфер критерий выгдядит следующим образом: одномерный остов комплекса K должен быть хордовым графом (это понятие играет важную роль в комбинаторных аспектах теории оптимизации на графах). Также явно вычислено количество сфер данной размерности в букете. В случае букета сфер пространства петель на Z_K и $DJ(K)$ гомотопически эквивалентны произведению сфер и петель на сферах; при этом показано, что каноническое отображение $Z_K \longrightarrow DJ(K)$ описывается итерированными произведениями Уайтхеда двумерных сферических классов.

Доклад основан на совместной работе:

J.Grbic, T.Panov, S.Theriault, J.Wu. Homotopy types of moment-angle complexes. Preprint (2012); arXiv:1211.0873.

Владимир Подольский
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Алгоритмическая сложность линейных мин-плюс предмногообразий. Мин-плюс полукольцом называется множество действительных чисел с операцией взятия минимума в качестве «сложения» и операцией сложения в качестве «умножения». Корнем линейного мин-плюс многочлена $\min(x_1+a_1, \ldots, x_n+a_n)$ называется такой набор $(x_1, \ldots, x_n)$, что минимум достигается дважды. Линейным мин-плюс предмногообразием называется множество общих корней системы линейных мин-плюс многочленов. В докладе планируется обсудить алгоритмическую сложность задачи проверки пустоты линейного мин-плюс предмногообразия. В классическом случае аналогом линейных мин-плюс предмногообразий являются множества решений систем линейных уравнений, и алгоритм Гаусса позволяет проверять совместность за полиномиальное время. В мин-плюс случае ситуация оказывается сложнее.

Также планируется обсудить связь линейных мин-плюс предмногообразий с множествами решений систем линейных мин-плюс уравнений.

Доклад основан на совместной работе с Д.Ю. Григорьевым.

Владимир Протасов
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Бинарная функция разбиения Эйлера и функциональные уравнения. Бинарная функция разбиения Эйлера – это количество всевозможных разложений натурального числа n в двоичной системе счисления, когда цифры могут принимать произвольные значения из заданного подмножества A целых неотрицательных чисел. Ясно, что если $card(A) > 2$, то разложение может быть не единственным, и возникает задача об асимптотике количества таких разложений при $n \to \infty$, в зависимости от множества цифр . Эту задачу впервые поставил Л.Эйлер в связи с изучением одного степенного ряда. Впоследствии ей занимались многие известные математики, включая К.Малера, Н.ДеБрёйна, Л.Карлитца, Б.Резника и др. Оказывается, она тесно связана с некоторыми известными объектами функционального анализа, а именно, с функциональным уравнениями со сжатием аргумента (refinement equations), всплесками (wavelets), уточняющими алгоритмами (subdivision schemes). Применение результатов из теории функциональных уравнений позволило существенно продвинуться в нескольких открытых проблемах, связанных с асимптотикой бинарной функции разбиения.

Михаил Скопенков
ИППИ РАН

Дискретные аналитические функции: теоремы сходимости. В ряде задач статистической физики, дискретной дифференциальной геометрии, численных методов естественным образом возникает понятие дискретной аналитической функции, принадлежащее Р. Исааксу, Ж. Ферранд, Р. Даффину и Х. Мерка. Рассмотрим граф, лежащий в комплексной плоскости и имеющий только четырехугольные грани. Функция, заданная в вершинах этого графа, называется дискретной аналитической, если для каждой грани ее разностные отношения вдоль двух диагоналей равны.

Мы доказываем, что задача Дирихле о граничных значениях для действительной части дискретной аналитической функции имеет единственное решение. В случае, когда каждая грань имеет перпендикулярные диагонали, мы доказываем, что это решение сходится к гармонической функции в непрерывном пределе. Данный результат решает проблему, поставленную С. Смирновым в 2010 году. Этот результат был доказан ранее в частном случае квадратной решетки Р. Курантом, К. Фридрихсом, Х. Леви и Л. Люстерником, а для ромбической решетки С. Смирновым, Д. Челкаком и неявно П. Сьярле, П. Равьяром.

Доказательства основаны на энергетических соображениях, подсказанных теорией цепей переменного тока. Центральная место в доказательстве занимает чисто комбинаторная оценка значений дискретной аналитической функции через ее энергию.

Олег Стырт
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

О пространстве орбит неприводимого представления специальной унитарной группы. Исследуется вопрос о том, в каких случаях топологический фактор действия компактной линейной группы является топологическим многообразием. Среди разобранных к настоящему моменту случаев основными и ключевыми являются случаи группы с коммутативной связной компонентой и простой трёхмерной группы. Кроме того, относительно недавно удалось исследовать случай неприводимой простой группы типа A. Именно, доказано, что фактор неприводимого представления специальной унитарной группы не может быть многообразием, за исключением третьего фундаментального представления группы ранга 5 (для последнего ответ неизвестен).

Первоочередной целью доклада является перечислить все наиболее весомые результаты, которые могут быть сформулированы доступным языком, и, при наличии дополнительного времени, описать основной метод перехода от более «сложных» линейных групп к более «простым» — теорему о слайсе и её применение. В дальнейшем, при разборе других случаев, планируется, как и прежде, использовать данный метод, понимая под «более простыми» линейные группы ранга 1 и опираясь на полученный ранее результат о наличии точки со стабилизатором ранга 1 для большинства неприводимых простых линейных групп.

Владлен Тиморин
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики и Независимый Московский университет

Number of vertices in Gelfand-Zetlin polytopes. Gelfand-Zetlin polytopes play a significant role in Representation Theory and Schubert Calculus. We discuss combinatorics of Gelfand-Zetlin polytopes, in particular, the problem of counting vertices. A partial differential equation with constant coefficients on the exponential generating function for the number of vertices will be given. For some particular classes of Gelfand-Zetlin polytopes, the number of vertices can be found explicitly.

This is a joint project with P. Gusev and V. Kiritchenko.

Алексей Устинов
Институт прикладной математики ДВО РАН

Спиновые цепочки и статистики Гаусса-Кузьмина для квадратичных иррациональностей. Спиновые цепочки — это строчки вида

$$\uparrow\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\,.$$

В разных моделях для них по-разному определяются физические характеристики типа «намагниченности», «энергии», ..., которые зависят от внешнего параметра «температуры». Поведение характеристик в зависимости от температуры изучается обычно методами статистической физики.

В одной из моделей, основанной на использовании дробей Фарея, к изучению свойств цепочек можно применить методы аналитической теории чисел (оценки сумм Клостермана). Кроме того, эта модель оказывается тесно связана с разложением в цепные дроби квадратичных иррациональностей. Результаты о спиновых цепочках можно использовать для решения задачи Арнольда о статистиках Гаусса–Кузьмина для квадратичных иррациональностей. Естественное предположение о том, что в среднем цепные дроби для квадратичных иррациональностей ведут себя так же как и для почти всех действительных чисел, оказывается справедливым.

Юрий Устиновский
МИАН

Moment-angle-manifolds as examples of non-Kähler compact complex manifolds. In this talk we describe a series of compact complex manifolds, which admit non-Kähler structures and generalize Hopf and Calabi-Eckmann manifolds. The geometry of these manifolds turn out to be closely related to the geometry of toric varieties. The connection allows to compute Dolbeault cohomology of these manifolds and (under certain conditions) describe the set of all analytic subsets.

Евгений Фейгин
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Degenerate flag varieties and quiver Grassmannians. We define a class of projective varieties that we call degenerate flag varieties. The definition is similar to that of the classical flag varieties for the Lie groups. We give an explicit description of the degenerate flag varieties for the group $\mathrm{SL}(n)$ and describe the main algebro-geometric and topological properties. We also discuss the connection with the quiver Grassmannians and apply the quiver representation techniques to the study of the degenerate flag varieties.

Александр Эстеров
Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики

Системы уравнений с одним решением. Смешанный объем — это единственная симметричная функция от n многогранников в $\mathbb{R}^n$, линейная в смысле поточечного сложения многогранников и равная на наборе n копий одного многогранника объему этого многогранника. Это понятие было введено Минковским в 1911г., который в той же работе классифицировал наборы многогранников нулевого смешанного объема. Доклад посвящен классификации наборов целочисленных многогранников, имеющих минимальный ненулевой смешанный объем. Интерес к этому вопросу мотивирован исследованием коразмерности A-дискриминантов Гельфанда-Капранова-Зелевинского.

Согласно формуле Кушниренко-Бернштейна, этот вопрос равносилен классификации систем n полиномиальных уравнений от n переменных с общими коэффициентами, имеющих одно решение. Полученная классификация означает, что любая такая система после подходящей мономиальной замены переменных содержит k линейных уравнений от k переменных, причем, вычислив эти k переменных и подставив в остальные уравнения, вновь получим систему $n-k$ уравнений с одним решением.

Доклад основан на совместной работе с Г. Г. Гусевым.