

## Вариант 1.

1. Исследуйте совместность и найдите общее решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

2. Найдите все значения  $\lambda$ , при которых вектор  $b = (7, -2, \lambda)$  линейно выражается через векторы

$$a_1 = (2, 3, 5), \quad a_2 = (3, 7, 8), \quad a_3 = (1, -6, 1).$$

3. Перемножьте перестановки

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ и } \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

в прямом и в обратном порядке. Найдите четность каждой подстановки и четность их произведения. Найдите обратные подстановки к  $\pi_1$  и  $\pi_2$  и разложите их на непересекающиеся циклы.

4. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислите матрицу  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$ .

6. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} y^2 + 1 & y & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ y & y^2 + 1 & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & y & y^2 + 1 & y & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & y & y^2 + 1 \end{vmatrix}.$$

## Вариант 2.

1. Исследуйте совместность и найдите общее решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

2. Найдите все значения  $\lambda$ , при которых вектор  $b = (5, 9, \lambda)$  линейно выражается через векторы

$$a_1 = (4, 4, 3), \quad a_2 = (7, 2, 1), \quad a_3 = (4, 1, 6).$$

3. Перемножьте подстановки

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ и } \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

в прямом и в обратном порядке. Найдите четность каждой подстановки и четность их произведения. Найдите обратные подстановки к  $\pi_1$  и  $\pi_2$  и разложите их на непересекающиеся циклы.

4. Вычислите определитель 
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$$

5. Вычислите матрицу 
$$\begin{pmatrix} -2 & 10 & 4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -2 & 6 & 6 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}.$$

6. Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 + x_1y_1 & x_1y_2 & \dots & x_1y_n \\ x_2y_1 & 1 + x_2y_2 & \dots & x_2y_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_ny_1 & x_ny_2 & \dots & 1 + x_ny_n \end{vmatrix}.$$