

Программа спецкурса “Дополнительные главы алгебры”

1999/2000г. Лектор - Э.Б. Винберг

1. Кольца главных идеалов и евклидовы кольца. Строение конечнопорожденных модулей над ними.
2. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом.
3. Нетеровы кольца. Конечнопорожденные модули над ними. Теорема Гильберта о базисе идеала.
4. Нильрадикал и радикал Джекобсона нетерова кольца.
5. Конечные расширения полей. Алгебраическое замыкание подполя.
6. Конечные расширения колец. Целое замыкание подкольца.
7. Нормальные кольца. Целое замыкание нормального нетерова кольца в конечном расширении поля частных.
8. Конечнопорожденные алгебры. Лемма Нетер о нормализации. Гомоморфизмы в конечные расширения основного поля и радикал Джекобсона конечнопорожденной алгебры.
9. Степень трансцендентности конечнопорожденной алгебры.
10. Аффинные алгебраические многообразия. Теорема Гильберта о нулях. Прямое произведение алгебраических многообразий.
11. Топология Зарисского. Критерий неприводимости алгебраического многообразия. Неприводимость прямого произведения неприводимых многообразий.
12. Размерность неприводимого алгебраического многообразия. Размерность прямого произведения и подмногообразия.
13. Поле разложения многочлена, его существование и единственность. Конечные поля.
14. Расширения Галуа. Теорема о том, что поле разложения сепарабельного многочлена является расширением Галуа. Группы Галуа кубического многочлена, общего многочлена, кругового поля и конечного поля.
15. Соответствие Галуа. Разрешимость алгебраических уравнений в радикалах и в квадратных радикалах.
16. Неприводимые и вполне приводимые представления. Описание инвариантных подпространств вполне приводимого представления. Теорема Бернсайда.
17. Компактные линейные группы: полная приводимость и разделение орбит инвариантами. Теорема Гильберта об инвариантах.
18. Строение полупростых конечномерных ассоциативных алгебр над алгебраически замкнутым полем, описание их неприводимых линейных представлений.
19. Теоремы о числе и сумме квадратов размерностей неприводимых линейных представлений конечной группы. Соотношения ортогональности для матричных элементов и характеров.
20. Алгебра кватернионов, ее связь с группами SO_3 и SO_4 . Обобщенные алгебры кватернионов.
21. Конечные группы движений евклидовой плоскости и пространства.
22. Кристаллографические группы. Теорема Бибербаха (доказательство только в двумерном случае). Кристаллографические классы.
23. Одномерные и двумерные когомологии групп. Теоремы Бибербаха и Цассенхауза об абстрактном строении кристаллографических групп.