

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ

1 СЕМЕСТР, 3 ПОТОК (МЕХАНИКА), 2010/11 УЧЕБНЫЙ ГОД

ЛЕКТОР — ДОЦЕНТ В. Т. МАРКОВ

1. Системы линейных алгебраических уравнений. Элементарные преобразования. Решение СЛАУ методом Гаусса.
2. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости.
3. База и ранг системы строк (столбцов). Равенство числа элементов любых баз заданной системы строк (столбцов).
4. Ранг матрицы. Совпадение ранга системы столбцов матрицы и ранга системы ее строк. Вычисление ранга с помощью приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц.
6. Группа подстановок конечного множества, знак подстановки (четность).
7. Разложение подстановки в произведение транспозиций. Знак произведения подстановок.
8. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства (линейность, кососимметричность).
9. Определитель транспонированной матрицы.
10. Изменение определителя при элементарных преобразованиях строк (столбцов) матрицы.
11. Определитель треугольной матрицы. Критерий равенства определителя нулю.
12. Определитель матрицы с углом нулей.
13. Определитель Вандермонда.
14. Миноры и алгебраические дополнения элементов. Разложение определителя по строке (столбцу). Лемма о «фальшивом» разложении определителя.
15. Формулы Крамера для решения определенных квадратных систем линейных уравнений.
16. Теорема о ранге матрицы (определение ранга матрицы с помощью миноров). Теорема об окаймляющих минорах.
17. Операции над матрицами и их основные свойства. Обобщенная ассоциативность умножения матриц.
18. Транспонирование произведения матриц.
19. Умножение матрицы на диагональную матрицу слева и справа. Единичная матрица, ее единственность. Скалярные матрицы.
20. Умножение треугольных матриц.
21. Матричные единицы и их умножение.
22. Элементарные матрицы и их связь с элементарными преобразованиями.
23. Определитель произведения матриц.
24. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Критерий существования и способ нахождения обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
25. Формула для нахождения элементов обратной матрицы (с помощью алгебраических дополнений).
26. Ранг произведения матриц.
27. Матричная запись системы линейных уравнений. Строение общего решения неоднородной системы уравнений, его геометрическая интерпретация.
28. Определение группы. Примеры групп. Единственность нейтрального и обратного элементов. Подгруппы. Изоморфизм групп.
29. Циклические группы. Порядок элемента. Подгруппы циклических групп. Изоморфизм циклических групп одинаковых порядков. Теорема Кэли.
30. Смежные классы. Теорема Лагранжа и ее следствия.
31. Определение кольца. Примеры. Обратимые элементы и делители нуля в кольцах.
32. Определение поля. Примеры. Конечные поля. Характеристика поля. Число элементов конечного поля. Поле из 4 элементов.
33. Построение поля комплексных чисел. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Операция сопряжения комплексных чисел и ее свойства.

34. Формула Муавра. Корни целой степени из комплексного числа. Группа комплексных корней из единицы.
35. Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Возможность и единственность деления на ненулевой многочлен с остатком.
36. Наибольший общий делитель двух многочленов, его линейное выражение через заданные многочлены, алгоритм Евклида.
37. Неприводимые многочлены. Факториальность кольца многочленов и кольца целых чисел.
38. Многочлен как функция. Схема Горнера. Корни многочлена, кратность корня. Понижение кратности корня при дифференцировании, избавление от кратных корней.
39. Лемма Даламбера о модуле значения многочлена.
40. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Неприводимые многочлены над полями комплексных и действительных чисел.
41. Интерполяционный многочлен, формула Лагранжа и метод Ньютона для его построения.
42. Поле рациональных дробей. Простейшие дроби. Разложение правильной дроби в сумму простейших дробей, случай вещественного и комплексного полей.
43. Границы корней многочлена. Теорема Штурма. Теорема Декарта (без доказательства).
44. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Лексикографический порядок на одночленах. Старший член произведения многочленов.
45. Симметрические многочлены, их выражение через элементарные симметрические многочлены, формулы Виета.
46. Результант двух многочленов, его выражение через корни многочленов. Дискриминант многочлена, выражение дискриминанта через корни многочлена.