

1. Исчисления, символьные среды, алгоритмы, тезис Чёрча, массовые проблемы, существование алгоритмически неразрешимых массовых проблем, проблема остановки алгоритма.
2. Алгоритмическая неразрешимость проблемы Туэ об ассоциативных исчислениях и 10-й проблемы Гильберта.
3. Алгоритмическая неразрешимость проблемы равенства слов для конечно определенных групп, пример Цейтина.
4. Схемы симплификации; эквивалентность различных свойств: наличие канонизации, условие Чёрча-Россера, локальное условие слияния, единственность минимальной вершины в связной компоненте графа Ньюмана, совпадение отношений Чёрча-Россера и связности. Линейная версия.
5. Базис Гребнера идеала свободной алгебры и алгебры полиномов. Эквивалентность условий, наложенных на порождающее множество идеала: базис Гребнера, редуцируемость элемента идеала к нулю,  $H$ -представимость элемента идеала, представимость  $S$ -полиномов, имеющая «малый параметр»; свойство канонизации соответствующей линейной схемы симплификации.
6. Существование и единственность редуцированного базиса Гребнера, его конечность в полиномиальном идеале, алгоритм Бухбергера. Теорема Ж. Левина о конечной порожденности идеала свободной алгебры конечной коразмерности.
7. Базис Гребнера одностороннего идеала свободной ассоциативной алгебры, его конечность для конечно порожденного идеала, теорема П. Кона о том, что односторонние идеалы являются свободными модулями над алгеброй.
8. Построение алгебр с универсальными свойствами с помощью базиса Гребнера, в том числе универсальная обертывающая алгебры Ли.
9. Поднятие собственных идеалов и роста на целые расширения конечно порожденных коммутативных алгебр.
10. Индуктивные утверждения «о промежуточных линейных заменах переменных» и «достраивании нулей идеалов».
11. Алгоритм решения СНАУ, использующий базис Гребнера полиномиального идеала, теорема Гильберта о нулях, нахождение параметров алгебры, заданной копредставлением.
12. Размерность Крулля полиномиального идеала и рост фактор-алгебры по нему.
13. Алгоритмы распознавания принадлежности полинома радикалу полиномиального идеала.
14. Вид приведенной СНАУ в «общем случае», оценки сложности построения редуцированного базиса Гребнера полиномиального идеала.
15. Решение СНАУ с помощью  $u$ -результанта Безу, кратность решения, связь с локализацией собственных значений матрицы.
16. Алгоритм распознавания алгебраической зависимости системы элементов коммутативной алгебры, заданной коммутативным копредставлением.
17. Модуль сизигий системы полиномов, отыскание его порождающих с использованием стандартного базиса, алгоритм распознавания делителей нуля по модулю полиномиального идеала, построение системы порождающих пересечения идеалов в алгебре полиномов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Латышев В.Н. *Комбинаторная теория колец, стандартные базисы*. М., издательство МГУ, 1988 г.
- [2] Д. Кокс, Д. Литтл, Д. О'Ши. *Идеалы, многообразия и алгоритмы*. М., «Мир», 2000.
- [3] T. Becker, V. Weispfenning. *Gröbner bases*. Springer-Verlag, New York - Berlin - Neidelberg, 1993.