

**Программа спецкурса “Группы Ли”
2010/2011 уч. год, осенний семестр.
Лектор Д. А. Тимашёв**

- 1) Понятие группы Ли. Примеры групп Ли. Подгруппы Ли, их замкнутость.
- 2) Действия групп Ли на многообразиях, примеры. Свойства орбит и стабилизаторов.
- 3) Транзитивные действия групп Ли и однородные пространства. Структура однородного пространства на множестве левых смежных классов по подгруппе Ли.
- 4) Гомоморфизмы групп Ли, их свойства. Ядро и образ гомоморфизма. Факторгруппы Ли. Прообразы и пересечения подгрупп Ли.
- 5) Связные компоненты групп Ли, группа компонент. Связная группа Ли порождается любой окрестностью единицы.
- 6) Точная гомотопическая последовательность расслоения группы Ли над однородным пространством.
- 7) Вычисление группы компонент и фундаментальной группы для классических групп Ли. Двухлистные накрытия $SL_2(\mathbb{C}) \rightarrow SO_3(\mathbb{C})$, $SU_2 \rightarrow SO_3(\mathbb{R})$.
- 8) Односвязная накрывающая группы Ли. Коммутативность фундаментальной группы. Получение произвольных связных групп Ли из односвязных.
- 9) Понятие алгебры Ли, примеры. Правоинвариантные векторные поля на группе Ли. Касательная алгебра Ли, примеры.
- 10) Дифференциал гомоморфизма групп Ли, его ядро и образ.
- 11) Линейные представления групп и алгебр Ли, операции над ними.
- 12) Присоединённое представление.
- 13) Дифференцирование действий групп Ли, поля скоростей. Касательное пространство к орбите и алгебра Ли стабилизатора, случай линейного представления.
- 14) Вычисление касательных алгебр классических групп Ли.

- 15) Свойства функтора Ли: касательная алгебра пересечения подгрупп Ли, централизатора, нормализатора. Алгебра Ли группы автоморфизмов.
- 16) Правоинвариантные дифференциальные уравнения на группе Ли, неограниченная продолжаемость их решений.
- 17) Гомоморфизм связной группы Ли однозначно определяется своим дифференциалом. Связь между свойствами гомоморфизма и его дифференциала. Связная подгруппа Ли однозначно определяется своей касательной подалгеброй.
- 18) Центр группы Ли, его касательная алгебра. Коммутативность группы Ли и её касательной алгебры.
- 19) Нормализатор подгруппы Ли, его касательная алгебра. Нормальные подгруппы Ли и идеалы в касательной алгебре.
- 20) Деформация кривой на группе Ли, дифференциальное уравнение деформации.
- 21) Интегрирование гомоморфизмов касательных алгебр Ли. Односвязная группа Ли однозначно определяется своей алгеброй Ли.
- 22) Классификация связных коммутативных вещественных групп Ли.
- 23) Экспоненциальное отображение, его свойства, дифференциал.
- 24) Взаимодействие \exp с гомоморфизмами групп Ли.
- 25) Коммутант группы и алгебры Ли, разрешимость групп и алгебр Ли.
- 26) Замыкание Мальцева, его свойства.
- 27) Радикал, полупростые группы и алгебры Ли.