

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Клячко

Те, чьи фамилии начинаются на буквы $A, \dots, K$, решают вариант I. А те, чьи фамилии начинаются на буквы $L, \dots, Я$, решают вариант II. Решения (в любом виде) надо прислать по электронной почте до 15:15 25 мая 2020 года. Вопросы тоже по почте присылайте.

$$\text{I: } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{II: } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Найдите индексы инерции вещественной квадратичной формы с матрицей A .
2. При каких $\lambda \in \mathbb{R}$ вещественная квадратичная форма с матрицей $A + \lambda E$ положительно определена?
3. Найдите ортонормированный базис из собственных векторов для самосопряжённого оператора с матрицей A (в евклидовом пространстве).
4. Найдите канонический вид и базис для кососимметрической формы (над $\mathbb{Q}$) с матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5. Пусть $t = e_1 \wedge e_2 + 2e_2 \wedge e_3$ — тензор (бивектор) на трёхмерном комплексном пространстве. Вычислите
 - а) $t \wedge t(e^1 + 2e^2 + 3e^3, e^1, e^1, e^1)$;
 - б) $t \otimes t(e^1 + 2e^2 + 3e^3, e^1, e^1, e^1)$.Здесь e_1, e_2, e_3 — базис исходного пространства V , а e^1, e^2, e^3 — двойственный базис двойственного пространства V^* .
6. Раскладывается ли тензор t из предыдущей задачи
 - а) в тензорное произведение векторов?
 - б) во внешнее произведение векторов?
7. Может ли тензорное произведение двух ненулевых тензоров, ни один из которых не является скаляром, быть
 - а) симметрическим тензором?
 - б) кососимметрическим тензором?

* * *

Если кто-то будет решать коллективно, то что ж... Я не могу это контролировать. В качестве ответной любезности напишите, в каком коллективе вы решали (чтобы проверять легче было). В любом случае, на зачёте каждый должен уметь объяснять решение каждой задачи.