

**ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО АЛГЕБРЕ
ВТОРОЙ КУРС, МЕХМАТ, ВЕЧЕРНЕЕ ОТДЕЛЕНИЕ, 2019**

А. А. Клячко

.....

1. Группы, подгруппы, изоморфизм групп. Примеры: симметрические, знакопеременные, диэдральные группы, группа кватернионов, полная линейная группа, специальная линейная группа. Порядок элемента, циклические подгруппы. Теорема Лагранжа.

.....

2. Подгруппы циклических групп.

.....

3. Теорема Кэли о вложении конечной группы в симметрическую.

.....

4. Гомоморфизмы групп. нормальные подгруппы и факторгруппы. Теорема о гомоморфизмах групп.

.....

5. Прямое произведение. Внешнее и внутреннее определение.

.....

6. Абелевы группы. Свободные абелевы группы конечного ранга. Теорема о строении конечно порожденных абелевых групп.

.....

7. Действие группы на множестве. Стабилизаторы и орбиты. Примеры. Классы сопряженных элементов и централизаторы.

.....

8. Первая теорема Силова.

.....

9. Вторая теорема Силова.

.....

.....
10. Третья теорема Силова.

.....
11. Существование нормальной подгруппы конечного индекса внутри любой подгруппы конечного индекса. Оценка индекса этой нормальной подгруппы.

.....
12. Коммутант. Коммутант симметрической, знакопеременной, диэдральной и полной линейной группы.

.....
13. Разрешимые группы. Разрешимость группы треугольных матриц.

.....
14. Конечные p -группы: центр, разрешимость. Группы порядка p^2 .

.....
15. Простые группы. Простота знакопеременной группы пятой степени.

.....
16. Какие симметрические группы разрешимы?

.....
17. Поля. Кольца и алгебры (над полем). Идеалы. Факторкольца и факторалгебры. Теорема о гомоморфизмах для колец и алгебр.

.....
18. Простое алгебраическое расширение поля.

.....
19. Поле разложение многочлена.

.....

.....
20. Строение конечных полей.

.....
21. Теорема Фробениуса о строении конечномерных ассоциативных вещественных алгебр.

.....
22. Линейные представления групп. Приводимые и вполне приводимые представления. Изоморфизм представлений. Прямая сумма представлений. Примеры.

.....
23. Эквивалентность всякого вещественного представления конечной группы ортогональному и всякого комплексного представления унитарному.

.....
24. Теорема Машке о полной приводимости представления конечной группы (доказательство только для вещественных и комплексных представлений).

.....
25. Неприводимые комплексные представления абелевых групп. Одномерные комплексные представления произвольной конечной группы.

.....
26. Теоремы о числе и сумме квадратов размерностей неприводимых комплексных представлений (без доказательства). Неприводимые комплексные представления симметрических групп S_3 и S_4 .

.....