

**ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО АЛГЕБРЕ  
ВТОРОЙ КУРС, МЕХМАТ, ВЕЧЕРНЕЕ ОТДЕЛЕНИЕ, 2016**

А. А. Клячко

.....

**1.** Группы, подгруппы, изоморфизм групп. Примеры: симметрические, знакопеременные, диэдральные группы, группа кватернионов, полная линейная группа, специальная линейная группа. Порядок элемента, циклические подгруппы. Теорема Лагранжа.

.....

**2.** Подгруппы циклических групп.

.....

**3.** Теорема Кэли о вложении конечной группы в симметрическую.

.....

**4.** Гомоморфизмы групп. нормальные подгруппы и факторгруппы. Теорема о гомоморфизмах групп.

.....

**5.** Прямое произведение. Внешнее и внутреннее определение.

.....

**6.** Абелевы группы. Свободные абелевы группы конечного ранга. Теорема о строении конечно порожденных абелевых групп.

.....

**7.** Действие группы на множестве. Стабилизаторы и орбиты. Примеры. Классы сопряженных элементов и централизаторы.

.....

**8.** Первая теорема Силова.

.....

**9.** Вторая теорема Силова.

.....

.....  
**10.** Третья теорема Силова.

.....  
**11.** Существование нормальной подгруппы конечного индекса внутри любой подгруппы конечного индекса. Оценка индекса этой нормальной подгруппы.

.....  
**12.** Коммутант. Коммутант симметрической, знакопеременной, диэдральной и полной линейной группы.

.....  
**13.** Разрешимые группы. Разрешимость группы треугольных матриц.

.....  
**14.** Конечные  $p$ -группы: центр, разрешимость. Группы порядка  $p^2$ .

.....  
**15.** Простые группы. Простота знакопеременной группы пятой степени.

.....  
**16.** Какие симметрические группы разрешимы?

.....  
**17.** Поля. Кольца и алгебры (над полем). Идеалы. Факторкольца и факторалгебры. Теорема о гомоморфизмах для колец и алгебр.

.....  
**18.** Простое алгебраическое расширение поля.

.....  
**19.** Поле разложение многочлена.

.....

.....  
**20.** Строение конечных полей.

.....  
**21.** Линейные представления групп. Приводимые и вполне приводимые представления. Изоморфизм представлений. Прямая сумма представлений. Примеры.

.....  
**22.** Эквивалентность всякого вещественного представления конечной группы ортогональному и всякого комплексного представления унитарному.

.....  
**23.** Теорема Машке о полной приводимости представления конечной группы (доказательство только для вещественных и комплексных представлений).

.....  
**24.** Неприводимые комплексные представления абелевых групп. Одномерные комплексные представления произвольной конечной группы.

.....  
**25.** Теоремы о числе и сумме квадратов размерностей неприводимых комплексных представлений (без доказательства). Неприводимые комплексные представления симметрических групп  $S_3$  и  $S_4$ .  
.....