

**ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ
ПЕРВЫЙ КУРС, МЕХМАТ, ВЕЧЕРНЕЕ ОТДЕЛЕНИЕ, 2018**

А. А. Клячко

-
1. Векторные пространства. Примеры. Арифметическое векторное пространство. Простейшие следствия аксиом (единственность нулевого вектора...) Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность.

.....

 2. Матрица перехода от одного базиса к другому. Изменение координат при замене базиса. Изоморфизм пространств одинаковой размерности.

.....

 3. Подпространства, их суммы и пересечения. Прямая сумма подпространств. Размерность суммы и пересечения подпространств.

.....

 4. Линейные функционалы. Сопряженное пространство и его размерность. Канонический изоморфизм между пространством и дважды сопряжённым пространством.

.....

 5. Задание подпространств однородной системой линейных уравнений.

.....

 6. Линейные отображения и их матрицы. Изменение матриц при замене базисов. Размерность ядра и образа.

.....

 7. Алгебра линейных операторов. Матрица линейного оператора и её изменение при замене базиса.

.....

 8. Определитель и след линейного оператора.

.....

 9. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения.

.....

.....
10. Характеристический многочлен. Алгебраическая и геометрическая кратности корня. Критерий диагонализруемости линейного оператора.

.....
11. Минимальный многочлен, его существование и единственность.

.....
12. Теорема Гамильтона–Кэли.

.....
13. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.

.....
14. Канонический базис для нильпотентного оператора.

.....
15. Жордановы матрицы. Существование жордановой нормальной формы у комплексной матрицы.

.....
16. Единственность жордановой нормальной формы.

.....
17. Билинейные формы и их матрицы. Изменение матрицы при замене базиса. Канонический базис для симметрической билинейной формы.

.....
18. Квадратичные формы и их матрицы. Алгоритм Лагранжа.

.....
19. Канонический вид для комплексной квадратичной формы. Закон инерции для вещественных квадратичных форм.

.....

.....
20. Теорема Якоби. Критерий Сильвестра.

.....
21. Канонический вид кососимметрической билинейной формы.

.....
22. Евклидово пространство. Неравенство Коши–Буняковского и неравенство треугольника. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

.....
23. Ортогональность векторов. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.

.....
24. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Ортогональное дополнение.

.....
25. Существование ортогонального базиса из собственных векторов для самосопряженного оператора.

.....
26. Ортогональные матрицы. Приведение квадратичной формы к главным осям.

.....
27. Ортогональный оператор и его канонический базис.

.....
28. Полярное разложение.

.....
29. Унитарное пространство, существование ортонормированного базиса, матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому.

.....

.....
30. Эрмитовы и унитарные операторы, их канонический вид.

.....
31. Понятие тензора, тензоры малых рангов, тензорное произведение тензоров. Базис и размерность пространства тензоров типа (p, q) .

.....
32. Изменение координат тензора при замене базиса.

.....
33. Симметризация и альтернирование тензоров.

.....
34. Внешнее произведение, его ассоциативность.

.....