

Программа спецкурса

“Группы отражений”

1996/97г. Лектор - Э.Б.Винберг

1. Общая теория дискретных групп отражений: основное свойство их фундаментальных многогранников, порождающие элементы и определяющие соотношения, стабилизаторы точек. Построение дискретной группы отражений по любому многограннику Кокстера.
2. Тупоугольные системы векторов и строение остроугольных многогранников в E^n . Эллиптические и параболические схемы Кокстера, их классификация.
3. Системы корней, их группы Вейля, камеры Вейля, системы простых корней, матрицы Картана и схемы Дынкина. Классификация систем корней и их явная реализация в классических случаях. Расширенные системы простых корней, расширенные схемы Дынкина, ограниченные камеры Вейля, расширенные группы Вейля.
4. Инварианты конечных линейных групп. Свойства алгебры инвариантов и морфизма факторизации. Теорема Шевалле - Шепарда - Тодда. Характеры и относительные инварианты конечной группы отражений.
5. Группы Кокстера. Линейное представление Кокстера. Решение проблемы тождества слов в группах Кокстера. Стандартные подгруппы группы Кокстера.
6. Остроугольные многогранники и дискретные группы отражений на плоскости Лобачевского L^2 . Модулярная группа Клейна.
7. Остроугольные многогранники в пространстве Лобачевского L^3 , их определяемость двугранными углами. Тетраэдры Кокстера. Примеры других многогранников Кокстера в L^3 .
8. Общая теория остроугольных многогранников в L^n . Существование и единственность остроугольного многогранника с заданной матрицей Грама. Характеризация в ее терминах граней и бесконечно удаленных вершин. Критерий конечности объема. Примеры многогранников Кокстера в L^n , $n > 3$.
9. Алгоритм для нахождения фундаментального многогранника дискретной группы отражений в L^n . Его применение к группе целочисленных преобразований Лоренца при $n \leq 9$.
10. Группы Бьянки, связь их геометрии с арифметикой мнимых квадратичных полей. Группа Пикара.