Программа спецкурса "Симметрические пространства"

Лектор - Э.Б. Винберг. 2000/01 уч.г.

1. Симметрические пространства как римановы многообразия и как однородные пространства групп Ли.
2. Первая вариация длины кривой и геодезические на римановом многообразии. Полные римановы многообразия. Геодезические симметрического пространства.
3. Параллельный перенос векторов и ковариантное дифференцирование на римановом многообразии. Тензор кривизны. Параллельные сдвиги и тензор кривизны симметрического пространства.
4. Геодезические в точке и вполне геодезические подмногообразия риманова многообразия. Вполне геодезические подмногообразия симметрического пространства.
5. Разложение односвязного симметрического пространства в прямое произведение евклидова пространства и неприводимых полупростых симметрических пространств. Неприводимые симметрические пространства компактного и некомпактного типов, двойственность между ними.
6. Уравнение Якоби для деформации геодезической на римановом многообразии. Сопряженные точки. Компактность всякого полупростого симметрического пространства компактного типа.
7. Свойства экспоненциального отображения в полупростом симметрическом пространстве некомпактного типа. Существование неподвижной точки у всякой компактной группы движений такого пространства.
8. Максимальные компактные подгруппы и инволюции Картана полупростых групп Ли (с конечным центром). Полярное разложение. Теорема Карпелевича о полупростых подгруппах полупростых групп Ли.
9. Картановские подалгебры и ранг полупростого симметрического пространства. Максимальные триангулируемые подгруппы и разложение Ивасава полупростой группы Ли.
10. Эрмитовы симметрические пространства. Вложение эрмитова симметрического пространства некомпактного типа в двойственное эрмитово симметрическое пространство компактного типа. Классификация эрмитовых симметрических пространств.
11. Конечномерный гармонический анализ на полупростых симметрических пространствах. Характеризация сферических представлений в терминах максимальной компактной и минимальной параболической подгрупп. Гармонический анализ на сфере и на пространстве положительно определенных симметричных матриц.
12. Система корней и группа Вейля симметрического пространства. Эквивалентность элементов картановской подалгебры.