

Вопросы коллоквиума

1. Порядок элемента группы, порядок степени элемента.
2. Циклические группы, их подгруппы.
3. Смежные классы по подгруппе, теореме Лагранжа, ее следствия.
4. Нормальные подгруппы, коммутант группы.
5. Центр группы, централизатор элемента и множества элементов.
6. Факторгруппа по нормальной подгруппе.
7. Гомоморфизмы групп, нормальность ядра, канонический гомоморфизм на факторгруппу.
8. Изоморфизмы групп, классификация циклических групп.
9. Первая теорема об изоморфизме (теорема о гомоморфизме).
10. Вторая теорема об изоморфизме.
11. Третья теорема об изоморфизме.
12. Группа автоморфизмов группы, подгруппа внутренних автоморфизмов.
13. Критерий цикличности прямой суммы циклических групп. Разложение конечной циклической группы в прямую сумму примарных циклических групп.
14. Условия расщепляемости короткой точной последовательности абелевых групп.
15. Свободная абелева группа, ее ранг, равенство нулю ее периодической части.
16. Свойства свободной абелевой группы (универсальное, накрывающее, расщепляющее).
17. Подгруппы свободных конечно порожденных абелевых групп.

18. Задание конечно порожденных абелевых групп образующими и соотношениями.
19. Целочисленные матрицы, приведение к каноническому диагональному виду.
20. Теорема о разложении конечно порожденных абелевых групп в прямую сумму циклических групп.
21. Единственность разложения конечно порожденных абелевых групп в сумму свободных циклических и примарных циклических групп.
22. Действие групп на множестве, орбиты и стабилизаторы. Формула орбит.
23. Разложение подстановки в произведение непересекающихся циклов, порядок и четность.
24. Регулярное действие группы, теорема Кэли.
25. Действие сопряжением, разбиение группы на классы сопряженных элементов.
26. Нетривиальность центра конечной p -группы. Группа из p^2 элементов абелева.
28. Первая теорема Силова.
29. Вторая теорема Силова.
30. Третья теорема Силова.
31. Простота группы A_n .
32. Простота группы SO_3 .