

ВЫЧИСЛЕНИЯ С ДЕЙСТВИЯМИ.

Теорема 1. Пусть на множестве X действует конечная группа G . Тогда для любого $x \in X$ выполнено:

$$|Gx| \cdot |St(x)| = |G|.$$

Задача 1. Сколько элементов в группе симметрий

- а) куба,
- б) икосаэдра?

Задача 2. Можно ли перевести правильный додекаэдр в себя путем вращения вокруг какой-либо оси на $\frac{2\pi}{7}$?

Теорема 2. (Лемма Бернсайда) Пусть на множестве X действует конечная группа G . Обозначим

$$X^g = \{x \in X \mid g \cdot x = x\}.$$

Тогда количество орбит равно

$$X/G = \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X^g|.$$

Задача 3. Бусы состоят из 3-х черных и 4-х белых бусин на круглой нитке. Бусины можно двигать по нитке (не меняя порядок) и можно переворачивать всю нитку. Сколько существует видов бус, не переводящихся друг в друга такими операциями?

Задача 4. а) Сколько существует различных способов покрасить грани куба в 2 цвета?

- б) Тот же вопрос про вершины.