Коммутант, разрешимые группы.

Задача 1. оказать, что при сюръективном гомоморфизме $\varphi\colon G \to H$ выполнено $\varphi(G') = H'$.

Задача 2. становить биекцию между гомоморфизмами группы в коммутативные группы и гомоморфизмами её фактора по когммутанту в те же группы.

Задача 3. Доказать, что коммутант нормальной подгруппы нормален во всей группе.

Определение 1. Группа G называется *разрешимой*, если ряд $G \supset G' \supset G'' \supset \ldots$ приходит в группу $\{e\}$.

Задача 4. Доказать, что
а) Всякая подгруппа разрешимой группы разрешима
б) Факторгруппа разрешимой группы разрешима
в) Прямое произведение групп разрешимо
г) Если $G/A \cong B$, группы A и B разрешимы, то и G разрешима.

Задача 5. Доказать разрешимость групп
а) S_3
б) A_4
в) S_4
г) Q_8
д) D_n
е) группы верхнетреугольных матриц.

Задача 6. Доказать, что группа G разрешима тогда и только тогда, когда существует ряд нормальных подгрупп $G \supset G_1 \supset G_2 \supset \ldots \supset \{e\}$, где факторгруппы G_i/G_{i+1} абелевы.