

ПРОГРАММА КУРСА "ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ АЛГЕБРЫ". 2020 г.
ЛЕКТОР С.А. ГАЙФУЛЛИН.

- 1) Лексикографический порядок на мономах. Обрыв убывающих цепочек. Старший член многочлена. Элементарные редукции. Остаток многочлена при редукции по данной системе. Система Гребнера. Эквивалентность того, что система является системой Гребнера и условия слияния цепочек.
- 2) S-полиномы. Критерий Бухбергера. Базис Гребнера идеала в кольце многочленов. Критерий того, что базис идеала является базисом Гребнера.
- 3) Лемма Диксона. Существование конечного Базиса Гребнера у каждого идеала. Теорема Гильберта о базисе.
- 4) Алгоритм Бухбергера построения базиса Гребнера. Доказательство того, что он останавливается за конечное число шагов. Задача вхождения элемента в идеал.
- 5) Пересечение идеала в $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$ с подалгеброй $\mathbb{K}[x_k, \dots, x_n]$.
- 6) Решение полиномиальных систем. Свободные параметры.
- 7) Теорема Гильберта о нулях.
- 8) Рост алгебры. Рост свободной ассоциативной алгебры. Рост свободной ассоциативной коммутативной алгебры. Инвариантность количества свободных параметров.
- 9) Существование не алгоритмически разрешимых задач.
- 10) Задание полугруппы порождающими и соотношениями. Задание группы порождающими и соотношениями. Свободная группа. Проблема равенства слов в свободной группе.
- 11) Существование полугруппы, в которой неразрешима проблема равенства слов.
- 12) Неразрешимость проблемы вхождения в идеал
- 13) Схема симплификации. Эквивалентные условия свойства канонизации схемы симплификации.
- 14) Линейная схема симплификации. Полная система. H -представление. Эквивалентные условия свойства канонизации линейной схемы симплификации.