

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1. ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ.

Задача 1. Пусть $G = \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$ и $H = \{A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C}) \mid \det A \in \mathbb{R}\}$. Докажите, что H – нормальная подгруппа в G и найдите, чему изоморфна факторгруппа G/H .

Задача 2. Пусть A – свободная абелева группа с базисом x_1, x_2, x_3 . Пусть B – подгруппа группы A , порождённая элементами $y_1 = 2x_1 - 4x_2 - 2x_3$, $y_2 = -12x_1 - 4x_2 - 16x_3$, $y_3 = 4x_1 + 4x_2 + 8x_3$ и $y_4 = 6x_1 + 4x_2 + 10x_3$. Изоморфны ли группы A/B и \mathbb{Z}_8 ?

Задача 3. Сколько элементов порядка 3 в группе $(\langle a \rangle_9 \oplus \langle b \rangle_{27}) / \langle 3a + 3b \rangle$?

Задача 4. Чему изоморфна группа $\mathrm{Inn}(\mathrm{D}_4)$?

Задача 5. Найдите все нормальные подгруппы в группе $S_3 \times \mathbb{Z}_2$ и докажите, что других нет.

Задача 6. Докажите, что любая группа порядка 15 абелева.