

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1. ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ.

**Задача 1.** Пусть  $G = \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$  и  $H = \{A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C}) \mid \det A \in \mathbb{R}\}$ . Докажите, что  $H$  – нормальная подгруппа в  $G$  и найдите, чему изоморфна факторгруппа  $G/H$ .

**Задача 2.** Пусть  $A$  – свободная абелева группа с базисом  $x_1, x_2, x_3$ . Пусть  $B$  – подгруппа группы  $A$ , порождённая элементами  $y_1 = 2x_1 - 4x_2 - 2x_3$ ,  $y_2 = -12x_1 - 4x_2 - 16x_3$ ,  $y_3 = 4x_1 + 4x_2 + 8x_3$  и  $y_4 = 6x_1 + 4x_2 + 10x_3$ . Изоморфны ли группы  $A/B$  и  $\mathbb{Z}_8$ ?

**Задача 3.** Сколько элементов порядка 3 в группе  $(\langle a \rangle_9 \oplus \langle b \rangle_{27}) / \langle 3a + 3b \rangle$ ?

**Задача 4.** Чему изоморфна группа  $\mathrm{Inn}(D_4)$ ?

**Задача 5.** Найдите все нормальные подгруппы в группе  $S_3 \times \mathbb{Z}_2$  и докажите, что других нет.

**Задача 6.** Докажите, что любая группа порядка 15 абелева.