

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА 1 КУРС 2 ПОТОК.

ЛЕКТОР С.А. ГАЙФУЛЛИН.

1) Системы линейных уравнений. Матрица коэффициентов и расширенная матрица коэффициентов. Элементарные преобразования. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования переводят СЛУ в эквивалентную.

2) Экзотические уравнения. Свободные и главные переменные. Ступенчатый и улучшенный ступенчатый вид. Метод Гаусса решения СЛУ.

3) Единственность улучшенного ступенчатого вида матрицы. Понятие ранга матрицы (через ступенчатый вид) и его корректность.

4) Векторное пространство. Простейшие свойства из аксиом. Подпространство. Критерий того, что подмножество является подпространством.

5) Понятие линейной зависимости системы векторов. 3 свойства линейной зависимости.

6) Однородные системы с количеством неизвестных большим количества уравнений. Основная лемма о линейной зависимости.

7) Решения однородной системы образуют подпространство. Линейная оболочка: определение и доказательство того, что это подпространство.

8) Базис системы векторов: эквивалентность 4 определений. Стандартный базис в \mathbb{R}^n . Дополнение линейно независимой системы до базиса. Выбор базиса из полной системы.

9) Ранг системы векторов и размерность векторного пространства. Связь ранга системы и размерности линейной оболочки. Ранг матрицы (строчный, столбцовый, ступенчатый), их совпадение.

10) Свойства ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Критерий определенности системы.

11) Фундаментальная система решений и алгоритм ее поиска. Размерность пространства решений однородной СЛУ. Структура решений неоднородной СЛУ.

12) Линейные отображения. Его матрица в фиксированных базисах. Образ заданного вектора. Изоморфизм. Любое конечномерное пространство изоморфно пространству строк.

13) Операции над линейными отображениями и над матрицами, связь между ними. Матричная запись СЛУ.

14) Свойства операций над матрицами. Связь с транспонированием.

15) Вывод обобщенной ассоциативности для ассоциативной операции.

16) Верхние оценки на ранг суммы и произведения матриц.

17) Правая/левая обратная матрицы. Критерий существования. Обратная матрица, ее единственность и критерий существования.

18) Элементарные матрицы. Умножение на элементарные матрицы слева и справа. Матрица, обратная к произведению. Обратная к транспонированной матрице

19) Алгоритм поиска обратной матрицы. Разложение невырожденной матрицы в произведение элементарных.

20) Подстановки и перестановки. Их количество. Произведение подстановок, его свойства.

21) Разложение подстановки на независимые циклы. Порядок подстановки.

22) Четность перестановки и подстановки. Знак подстановки. Изменение четности при умножении на транспозицию. Разложение подстановки на транспозиции. Знак произведения подстановок.

23) Четность цикла. Четность произвольной подстановки через декремент.

24) Формула определителя квадратной матрицы. Определитель транспонированной матрицы. Линейность и кососимметричность определителя как функции от строк/столбцов.

25) Определитель матрицы с нулевой строкой/столбцом. Определитель матрицы с пропорциональными строками. Изменение определителя при элементарных преобразованиях строк/столбцов. Определитель треугольной матрицы. Алгоритм вычисления определителя с помощью элементарных преобразований. Эквивалентные условия невырожденности матрицы. Определитель матрицы с углом нулей.

26) Единственность с точностью до пропорциональности линейной кососимметрической функции строк/столбцов. Определитель произведения матриц.

27) Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке/столбцу.

28) Фальшивое разложение определителя по строке/столбцу. Явная формула для обратной матрицы.

29) Формулы Крамера.

- 30) Теорема о ранге матрицы. Метод окаймляющих миноров.
- 31) Определитель Вандермонда. Задача интерполяции.