

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМА 1 КУРС 2 ПОТОК.

ЛЕКТОР С.А. ГАЙФУЛЛИН.

- 1) Системы линейных уравнений. Матрица коэффициентов и расширенная матрица коэффициентов. Элементарные преобразования. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования переводят СЛУ в эквивалентную.
- 2) Экзотические уравнения. Свободные и главные переменные. Ступенчатый и улучшенный ступенчатый вид. Метод Гаусса решения СЛУ.
- 3) Векторное пространство. Простейшие свойства из аксиом. Подпространство. Критерий того, что подмножество является подпространством.
- 4) Понятие линейной зависимости системы векторов. 3 свойства линейной зависимости.
- 5) Однородные системы с количеством неизвестных большим количества уравнений. Основная лемма о линейной зависимости.
- 6) Решения однородной системы образуют подпространство. Линейная оболочка: определение и доказательство того, что это подпространство.
- 7) Базис системы векторов: эквивалентность 4 определений. Стандартный базис в $\mathbb{R}^n$. Дополнение линейно независимой системы до базиса. Выбор базиса из полной системы.
- 8) Размерность векторного пространства. Ранг матрицы (строчный, столбцовый, ступенчатый), их совпадение. Связь ранга матрицы и размерности линейной оболочки строк/столбцов. Ранг транспонированной матрицы.
- 9) Свойства ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Критерий определённости системы.
- 10) Фундаментальная система решений и алгоритм её поиска. Размерность пространства решений однородной СЛУ. Структура решений неоднородной СЛУ.
- 11) Линейное отображение. Его матрица в фиксированных базисах. Изоморфизм. Любое конечномерное пространство изоморфно пространству строк.
- 12) Операции над линейными отображениями и над матрицами, связь между ними. Матричная запись СЛУ.
- 13) Свойства операций над матрицами. Связь с транспонированием.
- 14) Вывод обобщенной ассоциативности для ассоциативной операции.
- 15) Верхние оценки на ранг суммы и произведения матриц. Нижняя оценка на ранг суммы матриц.
- 16) Правая/левая обратная матрицы. Критерий существования. Обратная матрица, ее единственность и критерий существования.
- 17) Элементарные матрицы. Умножение на элементарные матрицы слева и справа. Матрица, обратная к произведению. Обратная к транспонированной матрице
- 18) Алгоритм поиска обратной матрицы. Разложение невырожденной матрицы в произведение элементарных.
- 19) Подстановки и перестановки. Их количество. Произведение подстановок, его свойства.
- 20) Разложение подстановки на независимые циклы.
- 21) Четность перестановки и подстановки. Знак подстановки. Изменение четности при умножении на транспозицию. Разложение подстановки на транспозиции. Знак произведения подстановок.
- 22) Четность цикла. Четность произвольной подстановки через декремент.
- 23) Формула определителя квадратной матрицы. Определитель транспонированной матрицы. Линейность и кососимметричность определителя как функции от строк/столбцов.
- 24) Определитель матрицы с нулевой строкой/столбцом. Определитель матрицы с пропорциональными строками. Изменение определителя при элементарных преобразованиях строк/столбцов. Определитель треугольной матрицы. Алгоритм вычисления определителя с помощью элементарных преобразований. Эквивалентные условия невырожденности матрицы. Определитель матрицы с углом нулей.
- 25) Единственность с точностью до пропорциональности линейной кососимметрической функции строк/столбцов. Определитель произведения матриц.