

## ПРОГРАММА КУРСА

- (1) Нётеровы кольца. Эквивалентность 2-х условий нётеровости. (д)
- (2) Факториальность кольца главных идеалов. (д)
- (3) Эквивалентные условия расщепляемости точной последовательности модулей.
- (4) Теорема гильберта о базисе. (д)
- (5) Локализация. Соответствие между идеалами кольца и его локализации. Локализация нётерова кольца нётерова. (ф)
- (6) Функторы  $\text{Hom}$ , их точность слева и справа. (д)
- (7) Тензорное произведение модулей. Что можно сказать о точности тензорного произведения? (На лекциях не было полного доказательства, требуется рассказать в том же объёме, что на лекциях.) (д)
- (8) Связь тензорного произведения и локализации. (ф)
- (9) Связь свойств гомоморфизма и его локализаций по максимальным идеалам. Китайская теорема об остатках. (д)
- (10) Что можно сказать об идеале максимальном среди не пересекающихся с мультиплекативно замкнутым множеством. Выражение для радикала идеала. (д)
- (11) Ассоциированные идеалы. Непустота множества  $\text{Ass}(M)$  в случае нётерова кольца. (ф)
- (12) Связь  $\text{Ass}(M)$  с прямыми суммами и точными последовательностями. (д)
- (13) Нётеровы модули. Конечно порождённый модуль над нётеровым кольцом нётеров. (д)
- (14) Теорема об устройстве  $\text{Ass}(M)$ . (Теорема 1 из лекции 7.) (ф)
- (15) Лемма об избегании простых идеалов. (ф)
- (16) Пересечение  $P$ -примарных идеалов  $P$ -примарно. (ф)
- (17) Теорема об эквивалентных условиях  $P$ -копримарности. (Теорема 1 из лекции 8.) (ф)
- (18) Теорема о примарном разложении. (ф)
- (19) Условие, эквивалентное факториальности. (Теорема 3 из лекции 8.) (ф)
- (20) Теорема Гамильтона-Кэли. (д)
- (21) Следствие из теоремы Гамильтона-Кэли. (ф)
- (22) Когда фактор кольца многочленов от 1 переменной является конечно порождённым/свободным очевидно порождённым модулем. (д)
- (23) Целые элементы. Целые элементы образуют подалгебру. (д) (Доказательство по модулю вспомогательного утверждения, доказательство которого (ф)).
- (24) Существование элемента, действующего тождественно в случае  $IM = M$ . (д)
- (25) Радикал Джекобсона. Определение и характеризация через обратимые элементы. (д)
- (26) Лемма Накаямы. (д)
- (27) Нормализация. Нормальность факториального кольца. (ф)
- (28) Теорема о разложении унитального многочлена в произведение унитальных. (ф)

- (29) Простота унитального многочлена над нормальной областью целостности. Плоскость свободного модуля. Связь целого замыкания и локализации. (ф)
- (30) Теорема о подъёме. (ф)
- (31) Кольцо Джекобсона. Эквивалентное условие. (ф)
- (32) Теорема Гильберта о нулях (общая формулировка). (д)
- (33) Как устроены максимальные идеалы в кольце многочленов от  $n$  переменных над полем? Вывод классической формулировки теоремы Гильберта о нулях из общей. (д)
- (34) Фильтрации. Присоединённая градуированная алгебра и присоединённый градуированный модуль. Структура  $\text{gr}_I R$ -модуля на  $\text{rg}_\xi M$ . Утверждение о конечной порождённости. (ф)
- (35) Алгебра и модуль раздутья.  $I$ -стабильные фильтрации. Эквивалентное условие через модуль раздутья. (ф)
- (36) Лемма Артина-Риса. (д)
- (37) Теорема Крулля о пересечении. (д)