

## Вопросы коллоквиума

1. Циклические группы, их подгруппы.
2. Смежные классы по подгруппе, теореме Лагранжа, ее следствия.
3. Нормальные подгруппы, коммутант группы. Характеризация коммутанта
4. Центр группы, централизатор элемента и множества элементов.  
Нормальность центра
5. Факторгруппа по нормальной подгруппе.
6. Гомоморфизмы групп, нормальность ядра, канонический гомоморфизм на факторгруппу.
7. Изоморфизмы групп, классификация циклических групп.
8. Первая теорема об изоморфизме (теорема о гомоморфизме).
9. Вторая теорема об изоморфизме.
10. Третья теорема об изоморфизме.
11. Группа автоморфизмов группы, подгруппа внутренних автоморфизмов.
12. Свободные группы. Порождение группы образующими и соотношениями.
13. Условия расщепляемости короткой точной последовательности абелевых групп.
14. Периодическая часть абелевой группы и факторгруппа по ней.  
Разложение периодической части абелевой группы в прямую сумму примарных компонент.
15. Существование разложения конечной абелевой  $p$ -группы в прямую сумму циклических.
16. Единственность разложения конечной абелевой  $p$ -группы в прямую сумму циклических.
17. Свободная абелева группа, ее ранг. Совпадение свободы и отсутствия

кручения для конечно порожденных абелевых групп.

18. Свойства свободной абелевой группы (универсальное, накрывающее, расщепляющее).

19. Подгруппы свободных конечно порожденных абелевых групп.

20. Целочисленные матрицы, приведение к каноническому диагональному виду. Задание конечно порожденных абелевых групп образующими и соотношениями.

21. Теорема о разложении конечно порожденных абелевых групп в прямую сумму циклических групп.

22. Действие групп на множестве, орбиты и стабилизаторы. Формула орбит.

23. Нетривиальность центра конечной  $p$ -группы. Абелевость группы из  $p^2$  элементов.

24. Существование нормальной подгруппы индекса  $p$  в конечной  $p$ -группе.

25. Первая теорема Силова.

26. Вторая теорема Силова.

27. Третья теорема Силова.

28. Непростота групп порядка, меньшего 60.

29. Классы сопряженности в группе подстановок.

30. Простота группы  $A_n$ .

31. Простота группы  $SO_3$ .