
МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 1

1. Группы. Примеры. Алгебраическое описание диэдральной группы. Изоморфизм.
2. Подполя конечных полей (критерий вложимости одного конечного поля в другое).

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 2

1. Подгруппы. Системы порождающих. Какую подгруппу порождает множество всех транспозиций в симметрической группе?
2. Классификация конечных полей.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 3

1. Какую подгруппу порождает множество всех тройных циклов в симметрической группе?
2. Поле разложения: существование и единственность.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 4

1. Какую подгруппу порождает множество всех трансвекций в $\mathbf{GL}_n(F)$, где F — поле?
2. Поле алгебраических чисел. Почему оно поле? Почему оно алгебраически замкнуто?

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 5

1. Порядок элемента. Описание циклических групп с точностью до изоморфизма.
2. Алгебраические расширения полей. Алгебраичность эквивалентна локальной конечности.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 6

1. Подгруппы циклических групп.
2. Теорема о башне расширений полей (об умножении размерностей).

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 7

1. Смежные классы. Теорем Лагранжа. Индекс. Нормальные подгруппы. Сопряжённые подгруппы.
2. Строение простых расширений полей.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 8

1. Смежные классы. Теорем Лагранжа. Индекс. Нормальные подгруппы. Сопряжённые подгруппы.
2. Простые подполя. Существует ли поле из ста элементов?

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 9

1. Гомоморфизмы групп. Ядро и образ. Нормальность ядра. Факторгруппа. Теорема о гомоморфизмах. Примеры.
2. Для каких идеалов в кольце многочленов от одной переменной над полем факторкольцо является полем? Явный вид поля из четырёх элементов.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 10

1. Теорема Кэли.
2. Кольца главных идеалов. Кольцо многочленов от одной переменной над полем — кольцо главных идеалов.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 11

1. Теорема о том, что каждая подгруппа H конечного индекса содержит нормальную подгруппу конечного индекса (делящего $|G:H|$).
2. Теорема о гомоморфизмах для колец и для алгебр.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 12

1. Прямые произведения (внешнее и внутреннее определение). Разложение циклической группы в прямую сумму примарных.
2. Простые кольца и алгебры. Простота кольца матриц над полем.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **13**

1. Факторгруппа $A \times B$ по подгруппе $H \times K$, где $H \triangleleft A$, а $K \triangleleft B$.
2. Строение групповой алгебры и число неприводимых комплексных представлений конечной группы.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **14**

1. Конечно порождённые свободные абелевы группы, базисы. Какие группы изоморфны факторгруппам конечно порождённых свободных абелевых групп?
2. Неприводимое $(n - 1)$ -мерное представление симметрической группы S_n .

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **15**

1. Критерий того, что данный элемент свободной абелевой группы можно включить в базис.
2. Кольца и алгебры. Подкольца и подалгебры. Гомоморфизмы, ядро, идеалы (в кольцах и алгебрах). Ядро является идеалом.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **16**

1. Периодическая часть и p -компонента абелевой группы.
2. Теорема Бернсайда о неприводимых матричных алгебрах.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 17

1. Теорема о строении конечно порождённых абелевых групп (без единственности).
2. Как посчитать сумму квадратов размерностей неприводимых комплексных представлений конечной группы?

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 18

1. Теорема о подгруппах свободных абелевых групп (о согласованных базисах).
2. Комплексные представления абелевых групп. Одномерные комплексные представления произвольных групп.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 19

1. Единственность разложения конечно порождённой абелевой группы в прямую сумму бесконечных и примарных циклических групп.
2. Прямая сумма представлений. Гомоморфизмы в прямую сумму представлений.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № 20

1. Конечные подгруппы мультипликативной группы поля.
2. Теорема Машке.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **21**

1. Коммутаторы и коммутант. Коммутант группы S_n и A_n при $n > 4$.
2. Неприводимые представления. Примеры. Гомоморфизмы представлений. Лемма Шура.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **22**

1. Коммутант полной и специальной линейной группы над полем ($\mathbf{GL}_n(F)$ и $\mathbf{SL}_n(F)$ при $n > 2$).
2. Линейные и матричные представления групп. Примеры. Регулярное представление. Изоморфизм представлений.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **23**

1. Связь между коммутантом и нормальными подгруппами, факторгруппы по которым абелевы. Число гомоморфизмов из симметрической группы порядка $2019!$ в циклическую группу порядка сто.
2. Композиционный ряд. Теорема Жордана–Гёльдера.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **24**

1. Разрешимые группы. Разрешимость подгрупп и факторгрупп разрешимых групп. «Обратное» утверждение.
2. Лемма Бернсайда о числе орбит.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **25**

1. Разрешимость группы невырожденных треугольных матриц над полем.
2. Простые группы. Простота знакопеременных групп.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **26**

1. Действия группы на множестве. Примеры. Действия группы на себе левыми сдвигами, правыми сдвигами и сопряжением. Различные орбиты не пересекаются.
2. Теорема о соответствии подгрупп при эпиморфизмах.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **27**

1. Связь между длиной орбиты и индексом стабилизатора. Нормализаторы и централизаторы.
2. Третья теорема Силова (о количестве).

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **28**

1. Центр конечной p -группы. Разрешимость конечных p -групп.
2. Связь между стабилизаторами разных точек одной орбиты.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **29**

1. Группы порядка p^2 .
2. Вторая теорема Силова (о сопряжённости). Следствие о нормальных силовских подгруппах.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов

МГУ, мехмат, второй курс, второй поток, 2019–2020, Клячко

Билет № **30**

1. Первая теорема Силова (о существовании).
2. Теорема о гомоморфизмах для колец и для алгебр.

Заведующий кафедрой высшей алгебры профессор В. А. Артамонов
