

# АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ

ЛЕКТОР – В. А. АРТАМОНОВ

Применение алгебраических методов анализа экономической ситуации и выработки оптимального решения получили широкое распространение. Это относится в первую очередь к использованию методов линейного программирования, теории игр, теории неотрицательных матриц.

Цель курса — научить применять алгебраические методы для

- a) нахождения оптимального решения;
- b) для определения оптимальных стратегий в основных видах игровых ситуаций;
- c) прогнозировать развитие ситуаций на основании предельных теорем для степеней неотрицательных матриц.

В теоретической части курса на основании курсов алгебры, линейной алгебры и геометрии излагаются основы теории выпуклых множеств, конусов и многогранников. Этот материал необходим для построения теоретических основ решения задачи линейного программирования. Кроме того, в теоретической части излагаются сведения о нормах в алгебрах матриц.

Для закрепления материала курса "Алгебраические методы оптимизации в экономике" в течение семестра проводятся семинарские занятия. В конце семестра на семинаре проводится одна контрольная работа.

**0.1. Выпуклые множества, теоремы отделимости.** Выпуклые множества. Выпуклые конусы. Теоремы отделимости для замкнутого выпуклого множества и замкнутого выпуклого компакта вне него. Случай замкнутого выпуклого конуса. Конечнопорожденные конусы и многогранники как выпуклые замыкания. Теорема Фаркаша о следствиях из аффинных неравенств.

**0.2. Основы теории игр.** Теорема фон Неймана и ее приложения к конечным антагонистическим играм. Конечные бескоалиционные неантагонистические игры. Равновесие по Нэшу и Парето. Существование равновесия по Нэшу. Равновесие по Нэшу в биматричной игре.

**0.3. Полиэдры и их свойства.** Полиэдры и их грани. Теорема Фань Цзы. Экстремумы аффинных функций на полиэдрах. Теорема Вейля и задание многогранников системой аффинных неравенств.

**0.4. Симплекс-метод.** Симплекс-метод. Достаточные условия сходимости симплекс-метода. Двойственная задача линейного программирования. Совпадение ответов прямой и двойственной задач линейного программирования. Теорема о равновесии. Решение матричных игр с помощью линейного программирования.

**0.5. Транспортная задача.** Критерий оптимальности допустимого плана транспортной задачи в терминах потенциалов. невырожденные транспортные задачи. Построение первоначального плана. Нахождение потенциалов для допустимого плана в невырожденной задаче без циклов. Улучшение плана. Сходимость алгоритма решения невырожденной транспортной задачи. Незамкнутые модели транспортной задачи. Алгоритм решения задачи о назначении.

**0.6. Нормированные алгебры.** Нормированные векторные пространства и алгебры. Эквивалентность норм в конечномерных пространствах. Связь между нормами в алгебрах матриц с спектральным радиусом. Сходимость степеней матрицы.

**0.7. Теория неотрицательных матриц.** Теорема Перрона для положительных матриц. Неразложимые неотрицательные матрицы. Теорема Фробениуса. Предельные теоремы для степеней неотрицательных матриц.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В.А.Артамонов, В.Н.Латышев. Линейная алгебра и выпуклая геометрия. М.:Факториал Пресс, 2004.
- [2] А.С.Ашманов. Линейное программирование. М.:Наука, 1973.
- [3] А.С.Ашманов. Математические модули и методы в экономике. М.: Изд. МГУ, 1980.
- [4] А.А.Васин, В.В.Морозов. Теория игр и модули математической экономики. М.:Макс Пресс, 2005.