

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ  
«АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ В  
ЭКОНОМИКЕ», 3-ИЙ КУРС, 6-ОЙ СЕМЕСТР,  
2008/2009 УЧЕБНЫЙ ГОД.**

ЛЕКТОР – В. А. АРТАМОНОВ

1. Теоремы отделимости для замкнутого выпуклого множества и точки (замкнутого выпуклого компакта) вне него.
2. Замкнутость конечно порождённого конуса.
3. Теорема отделимости для замкнутого выпуклого конуса и точки (замкнутого выпуклого компакта) вне конуса.
4. Описание выпуклых многогранников.
5. Теорема Фаркаша и её следствия.
6. Теорема фон Неймана.
7. Приложение теоремы фон Неймана к теории конечных антагонистических игр. Решение игры в чистых стратегиях.
8. Внутренние точки полиэдра.
9. Грани полиэдров и экстремумы аффинных функций на полиэдрах.
10. Грани, их размерность.
11. Теорема Фань Цзы.
12. Теорема Вейля. Задание многогранников системой аффинных неравенств.
13. Симплекс-метод. Выбор главных неизвестных. Связь с вершинами полиэдра. Изменение свободных членов уравнений.
14. Изменение системы главных неизвестных Достаточные условия сходимости симплекс-метода.
15. Двойственная задача линейного программирования.
16. Совпадение ответов прямой и двойственной задач линейного программирования.
17. Теорема о равновесии.
18. Матричные игры как задачи линейного программирования. Решение в смешанных стратегиях.
19. Критерий оптимальности допустимого плана транспортной задачи в терминах потенциалов.
20. Построение первоначального плана. Отсутствие в нем циклов.

21. Решение систем уравнений для потенциалов для допустимого плана в невырожденной задаче без циклов.
22. Улучшение плана. Существование и единственность пути улучшения плана
23. Отсутствие циклов в улучшенном плане.
24. Сходимость алгоритма решения невырожденной транспортной задачи.
25. Нормированные векторные пространства и алгебры, примеры. Индуцированные нормы на алгебре матриц.
26. Непрерывность и эквивалентность норм в конечномерных пространствах.
27. Сходимость степеней матрицы, если её спектральный радиус меньше 1.
28. Связь нормы матрицы с её спектральным радиусом.
29. Оценка спектрального радиуса для неотрицательной матрицы с помощью элементов матрицы.
30. Теорема о собственных векторах положительной матрицы, для которых собственное значение равно по модулю спектральному радиусу матрицы.
31. Доказать одномерность собственного подпространства положительной матрицы, соответствующего спектральному радиусу матрицы.
32. Вычисление  $\lim_m [\rho(A)^{-1}A]^m$  для положительной матрицы  $A$ .
33. Доказать, что спектральный радиус является простым корнем характеристического многочлена положительной матрицы.
34. Доказать, что для неотрицательной матрицы существует неотрицательный собственный вектор, собственное значение которого равно спектральному радиусу матрицы.
35. Доказать, что неотрицательная матрица  $A$  размера  $n$  неразложима тогда и только тогда, когда матрица  $(E + A)^{n-1}$  положительна.
36. Теорема Фробениуса.
37. Сходимость  $[\rho(A)^{-1}A]^m$  для неотрицательной неразложимой матрицы.