

Список вопросов к экзамену по алгебре, 1 курс магистратуры, осень 2014.

1. Определение группы. Примеры.
2. Группа перестановок S_n . Четность перестановки, ее свойства. Критерий сопряженности элементов из S_n . Наборы порождающих для S_n .
3. Подгруппы, смежные классы, теорема Лагранжа. Следствия из теоремы Лагранжа, порядок элемента. Единственность (с точностью до изоморфизма групп простого порядка).
4. Действие группы на множестве, примеры. Понятие орбиты и стабилизатора. Доказательство того, что произведение их порядков равно порядку группы.
5. Централизаторы, классы сопряженности, центр. Центр и классы сопряженности в S_n . Примеры.
6. Нетривиальность центра конечной p -группы.
7. Нормальные подгруппы, факторгруппа, примеры.
8. Теорема о гомоморфизме для групп.
9. Коммутант. Примеры и свойства.
10. Группа автоморфизмов, группы внутренних автоморфизмов. Примеры.
11. Лемма Бернсайда. Примеры применения.
12. Цикловый многочлен, слабая теорема Пойа.
13. Первая теорема Силова.
14. Вторая теорема Силова.
15. Третья теорема Силова.
16. Разрешимые группы. Примеры и свойства.
17. Разрешимость группы верхнетреугольных матриц, групп порядка p^n и pq .