

ПРОГРАММА
второй части кандидатского экзамена по специальности 1.1.5
Группы и алгебры Ли.

1. Вещественные и комплексные группы Ли, их подгруппы, гомоморфизмы и прямые произведения. Однородные пространства и фактор-группы групп Ли. Односвязная накрывающая связной группы Ли. [1], гл. I, §§ 1,3.
2. Касательная алгебра Ли группы Ли. Экспоненциальное отображение. Присоединенное представление. Связь между гомоморфизмами групп Ли и их касательных алгебр, между подгруппами группы Ли и подалгебрами ее касательной алгебры. Описание связных групп Ли с данной касательной алгеброй. Связные коммутативные группы Ли. [1], гл. I, § 2.
3. Коммутант группы и алгебры Ли. Разрешимые и полупростые группы и алгебры Ли. Радикал группы и алгебры Ли. Теоремы Энгеля и Ли. Критерий Картана разрешимости и полупростоты. Разложение полупростой алгебры Ли в прямую сумму простых алгебр Ли. [1], гл. I, § 4; [2], часть I, гл. 5 и гл. 6, §§ 1, 2.
4. Универсальная обертывающая алгебра алгебры Ли. Теорема Пуанкаре–Биркгофа–Витта. Свободная алгебра Ли. Формула Витта. Формула Кемпбела–Хаусдорфа. [2], часть I, гл. 2-4.
5. Классические группы Ли, их касательные алгебры. Исследование их связности и односвязности. Полупростота и простота классических алгебр Ли. [1], гл. 1 и гл. 4, § 1.
6. Компактные группы Ли. Полная приводимость линейных представлений компактных и полупростых групп Ли (теорема Вейля). Автоморфизмы и дифференцирования полупростых алгебр Ли. [1], гл. 3, § 4; [2], гл. 6, § 3.
7. Теорема Леви - Мальцева. Полупрямые произведения групп и алгебр Ли. Существование группы Ли с заданной касательной алгеброй. [1], гл. 1, п.1.11 и 2.11, гл.6; [2], гл. 6, § 4.
8. Алгебраические линейные группы. Алгебраичность полупростых линейных групп Ли. Разложение Жордана в алгебраической линейной группе. [1], гл.3, §§ 1,2, п.3.3.
9. Картановские и борелевские подалгебры полупростых комплексных алгебр Ли, их сопряженность. Корневое разложение. Группа Вейля и матрица Картана. Классификация систем корней. Системы корней и группы Вейля классических алгебр Ли. [1], гл.4, § 2; [2], часть III, гл. 3-5.
10. Свойства весов линейных представлений полупростых комплексных алгебр Ли. Классификация неприводимых представлений. Построение фундаментальных представлений классических алгебр Ли. [1], гл. 4, § 3; [2], часть III, гл. 7, §§ 1-4.
11. Центр и группы внешних автоморфизмов полупростых комплексных групп Ли. [1], гл. 4, п. 3.5 и 4.1.
12. Понятие о вещественной форме полупростой комплексной алгебры Ли. Компактные вещественные формы. [1], гл. 5, § 1.

Литература:

1. Винберг Э.Б., Онищик А.Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. – М., Наука, 1988; М., УРСС, 1995.
2. Серр Ж.-П. Алгебры Ли и группы Ли. – М., Мир, 1969, части I, III.
3. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. – М., Бибфизмат, 1987, гл.1-3.
4. Постников М.М. Группы и алгебры Ли. – М., Наука, 1982.
5. Хамфри Дж. Линейные алгебраические группы. – М.: Наука, 1980.
6. Хамфрис Дж. Введение в алгебры Ли и их представления. – М., Факториал, 2003.
7. Адамс Дж. Лекции по группам Ли. – М., Наука, 1979.
8. Гото М., Гроссханс Ф. Полупростые алгебры Ли. – М., Мир, 1981.

Автор: д.ф.-м.н. профессор Э.Б.Винберг