

**Программа второй части кандидатского экзамена по специальности 1.1.5
«Алгебры Хопфа»**

Составитель Гордиенко Алексей Сергеевич

- (1) Коалгебра. Обозначения Свидлера. Биалгебра. Алгебра Хопфа. Алгебра Тафта. Алгебра Свидлера. Структура алгебры Хопфа на алгебре регулярных функций на аффинной алгебраической группе. Фундаментальная теорема о коалгебрах [1, гл.1], [2, гл.4], [3, гл.1, гл.4], [6, гл.1].
- (2) Групповая алгебра Хопфа. Универсальная обёртывающая алгебры Ли как алгебра Хопфа. Группоподобные и примитивные элементы [1, гл.1], [3, гл.4], [6, §1.6, гл.1].
- (3) Свойства антипода в алгебре Хопфа. Односторонние и двухсторонние коидеалы и подкоалгебры [3, гл.1, гл.4], [6, гл.1].
- (4) Комодули. Модульные и комодульные алгебры. Примеры. Фундаментальная теорема о комодулях [3, гл.2, гл.6], [6, гл.4].
- (5) Алгебра, двойственная к коалгебре. Коалгебра, конечная двойственная к алгебре. Конечные двойственные к биалгебр и алгебрам Хопфа. Эти же понятия на языке сопряжённых функторов [3, §1.5], [6, §9.1].
- (6) Поведение (ко)идеалов, под(ко)алгебр, односторонних и двухсторонних коидеалов при переходе к двойственной (ко)алгебре [3, §1.5].
- (7) Косвободная коалгебра [3, §1.6].
- (8) Конечная топология на V^* [3, §1.2].
- (9) Корадикал. Кополупростые алгебры. Точечные и связные коалгебры. Корадикальная фильтрация [6, гл.5].
- (10) Теорема Габриэля-Картье-Костанта-Милнора-Мура о строении кокоммутативных алгебр Хопфа [1, теорема 1.42], [6, гл.5].
- (11) Интегралы. Их связь с кополупростотой [2, гл.3,§3], [3, гл.5], [6, гл.2].
- (12) Расширения Хопфа — Галуа [3, §6.4], [6, гл.8].
- (13) Измерения. Универсальная измеряющая коалгебра и универсальная действующая биалгебра [1, гл.6], [7, гл. VII]
- (14) Внутренние измерения. Теорема Нётер — Сколема — Кошпинена для измерений [6, гл.7].
- (15) Теорема Николса — Цоллера [3, §7.2], [6, §3.1].
- (16) Скрещенные произведения. Обобщённые теоремы Машке [6, гл.7].
- (17) Тензорные категории. Восстановление алгебры Хопфа по категории её представлений [4, гл.4,5].
- (18) Квазитреугольные алгебры Хопфа и квантовый дубль Дринфельда [5, §2.1, гл. 7], [6, гл.10].
- (19) Матричные квантовые группы. Квантовый определитель [5, гл.4].

ПРИМЕЧАНИЕ. Достаточно подготовить ответы на вопросы 1–13 и на один из вопросов 14–19.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гордиенко А.С. Комодульные алгебры и их обобщения (рукопись монографии). <http://arxiv.org/pdf/2111.09810.pdf>
- [2] Abe, E. Hopf algebras. Cambridge University Press, Cambridge, 1980.
- [3] Dăscălescu, S., Năstăsescu, C., Raianu, Ş. Hopf algebras: an introduction. New York, Marcel Dekker, Inc., 2001.
- [4] Etingof, P., Gelaki, S., Nikshych, D., Ostrik, V. Tensor categories. *Mathematical surveys and monographs* **205**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2015.
- [5] Majid, S. Foundations of quantum group theory. Cambridge University Press, 1995.
- [6] Montgomery, S. Hopf algebras and their actions on rings. *CBMS Lecture Notes* **82**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1993.
- [7] Sweedler, M. Hopf algebras. W.A. Benjamin, inc., New York, 1969.