

ВТОРАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ)

Клячко

$$\text{I} : A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{II} : A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Найдите индексы инерции вещественной квадратичной формы с матрицей A .
2. При каких $\lambda \in \mathbb{R}$ вещественная квадратичная форма с матрицей $A + \lambda E$ положительно определена?
3. Найдите ортонормированный базис из собственных векторов для самосопряжённого оператора с матрицей A (в евклидовом пространстве).

4. Найдите канонический вид и базис для кососимметрической формы (над $\mathbb{Q}$) с матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Найдите канонический вид и канонический базис для ортогонального оператора

$$\text{I} : \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{II} : \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Возможно, ещё будут задачи на следующие темы:

- канонический вид (и базис) эрмитова, косоэрмитова, унитарного оператора в унитарном пространстве;
- одновременное приведение к диагональному виду двух квадратичных форм, одна из которых положительно определена, или аналогичный вопрос про две эрмитовы функции;
- полярное разложение.