

БИЛЕТ 1

1. Найти а) $(-2 + 2i)^{205}$, б) $\sqrt[3]{4 + 4\sqrt{3}i}$.
2. Проверить, является ли множество всех комплексных чисел вида $a+bi$, где $a, b \in \mathbb{Q}$, $a^2 + b^2 \neq 0$, относительно обычной операции умножения группой.
3. Решить по правилу Крамера систему

$$\begin{cases} (1+i)x + (1-i)y = 1+i, \\ (1-i)x + (1+i)y = 1+3i, \end{cases}$$

над полем $\mathbb{C}$.

4. Найти наибольший общий делитель и его выражение через $f(x) = x^5 + x^3 + x$ и $g(x) = x^4 + x + 1$ над полем $\mathbb{Z}_2$.
5. Разложить многочлен $f(x) = x^5 - 2x^4 - 13x^3 + 46x^2 - 44x + 8$ на неприводимые множители над $\mathbb{R}$ и над $\mathbb{C}$, если известно, что $x_0 = 2$ является корнем многочлена $f(x)$.
6. Представить рациональную дробь $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x}{(x+1)^2(x^2+4)}$ в виде суммы простейших дробей над $\mathbb{R}$ и над $\mathbb{C}$.
7. Выразить многочлен $f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + 2x_2 + x_3)(x_1 + x_2 + 2x_3)$ в виде многочлена от элементарных симметрических многочленов и найти его значение от корней многочлена $g(x) = x^3 + 5x^2 + 3x + 1$.