

БИЛЕТ 1

Задача 1. Найти общее решение СЛАУ. Указать одно частное решение. Записать общее решение в векторной форме.

$$\begin{cases} -5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 4, \\ -x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Задача 2. Решить матричное уравнение $XA = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Пусть

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 8 & 1 & 2 & 4 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 6 & 8 & 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

а) Найти ω из уравнения $\sigma\omega = \tau$. Вычислить ω^{125} .

б) Определить четность подстановок $\sigma, \tau, \sigma^7\tau^9$.

Задача 4. Вычислить определитель от матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Найти обратную матрицу к квадратной блочно-диагональной матрице A порядка $n = 2k$, если она существует, где

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 4 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 7 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Задача 6. Найти ранг матрицы A в зависимости от параметра λ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 \\ 5 & \lambda & 7 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & -2 \\ 4 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

БИЛЕТ 2**Задача 1.** Найти общее решение однородной СЛАУ. Указать ФСР.

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

Задача 2. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 3. Пусть

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 1 & 3 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}, \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

а) Найти ω из уравнения $\sigma\omega\sigma^{-1} = \tau$. Вычислить ω^{300} .б) Определить четность подстановок $\sigma, \tau, \tau\sigma^{20}\tau$.**Задача 4.** Вычислить определитель порядка n от матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 5. Найти AA^t и обратную матрицу к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ -1 & -1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

Задача 6. Найти ранг квадратной матрицы A в зависимости от λ , если

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & 1 & 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$