

**СПИСОК ВОПРОСОВ ПО ГОДОВОМУ
СПЕЦИАЛЬНОМУ КУРСУ "ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ
ГЛАВЫ АЛГЕБРЫ",
ЛЕКТОР – В. А. АРТАМОНОВ**

Спецкурс годовой. Он рассчитан на студентов 3-6 курсов, магистрантов и аспирантов. Он состоит из двух частей., которые могут рассматриваться как полугодовые спеккурсы. В первую часть входя вопросы 1 - 30, а во вторую — вопросы 31-58.

Материал спецкурса близок алгебраической части кандидатского аспирантского экзамена на механико-математическом факультете.

1. Кольца, идеалы, гомоморфизмы, теорема о гомоморфизмах.
2. Модули и их гомоморфизмы.
3. Свободные и проективные модули.
4. Нетерова кольца и модули.
5. Теорема Гильберта о базисе.
6. Разложение в кольце главных идеалов ненулевых необратимых элементов в произведение простых элементов и его единственность.
7. Теорема о согласованном базисе в свободных модулях конечного ранга над кольцами главных идеалов.
8. Подмодули свободных конечнопорожденных модулей над кольцами главных идеалов.
9. Строение конечнопорожденных модулей над кольцами главных идеалов.
10. Применение к жордановой форме.
11. Неприводимые модули.
12. Характеризации радикала кольца.
13. Полупростота фактора по радикалу. Радикал идеала.
14. Радикал артинова кольца. Лемма Накаямы.
15. Полупростые модули и теорема плотности.
16. Теорема Веддербарна-Артина.
17. Строение полупростых артиновых слева колец. Модули над этими кольцами.
18. Теорема Машке и полупростота групповой алгебры конечной группы.

19. Число неприводимых неизоморфных представлений конечной группы над алгебраически замкнутым полем.
20. Лемма Шура и следствия из нее для неприводимых представлений групп.
21. Соотношения ортогональности для комплексных характеров характеров.
22. Критерий неприводимости представления в терминах характеров. Определяемость представления своим характером.
23. Характеры как базис пространства центральных функций.
24. Центральная простота тензорных произведений.
25. Группа Брауэра.
26. Теорема Нетер-Сколема. Автоморфизмы центрально простых конечномерных алгебр.
27. Разрешимые группы. Существование для конечной разрешимой группы ряда с циклическими факторами простого порядка.
28. Нильпотентные группы.
29. Периодическая часть нильпотентной группы. Силовские подгруппы.
30. Характеризация конечных нильпотентных групп.
31. Целые расширения коммутативных колец. Покольцо целых элементов.
32. Базис трансцендентности .
33. Теорема Нетер о нормализации.
34. Теорема Гильберта о нулях.
35. Алгебраические расширения полей. Минимальные многочлены. Простые расширения полей.
36. Поля разложения. Алгебраические замыкания.
37. Вложения полей в алгебраическое замыкание.
38. Строение конечных полей. Подполя и группы автоморфизмов.
39. Сепарабельные расширения полей и сепарабельные многочлены.
40. Теорема о примитивном элементе.
41. Нормальные расширения полей.
42. Теорема о поле инвариантов конечной группы автоморфизмов.
43. Теорема Артина.
44. Основная теорема теории Галуа.
45. Разрешимые расширения полей и разрешимость в радикалах в нулевой характеристике.
46. Простота алгебры Ли $\mathfrak{sl}(n, k)$.
47. Теорема Ли о представлениях конечномерных разрешимых алгебр Ли над алгебраически замкнутым полем нулевой характеристики.

48. Теорема Энгеля о представлениях конечномерных нильпотентных алгебр Ли. Алгебраические системы и их гомоморфизмы, подсистемы, прямые произведения.
49. Конгруэнции и гомоморфизмы алгебраических системы. Теорема о гомоморфизмах и изоморфизмах.
50. Алгебра слов в алфавите. Ее свобода.
51. Подпрямые произведения и подпрямые неразложимые алгебры. Теорема Биркгофа о подпрямых произведениях.
52. Теорема Мальцева о предмногообразиях и реплично полных классах.
53. Свободные алгебры и их существование в нетривиальных предмногообразиях.
54. Теорема Биркгофа о многообразиях.
55. Решетки, их характеристика.
56. Дистрибутивные решетки и теорема Стоуна.
57. Булевы алгебры и булевы кольца.
58. Конечные булевы алгебры.