

Вариант 1.

1. Найти Жорданову нормальную форму матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить  $e^A$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Найти ортогональный (относительно обычного скалярного произведения) базис линейной оболочки системы векторов  $\{(1, 2, 2, -1), (1, 1, -5, 3), (3, 2, 8, -7)\}$ .

4. Найти нормальный вид квадратичной функции

$$x_1^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$$

и замену координат, которой она приводится к этому виду.

5. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную функцию  $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$  к главным осям.

6. Найти канонический базис и матрицу в этом базисе ортогонального оператора, заданного в ортонормированном базисе  $\{e_1, e_2, e_3\}$  матрицей

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$