Контрольная 3. Вариант 1.

1. Представить в виде произведения положительного самосопряжённого и ортогонального операторов:

$$\begin{pmatrix} 1+\sqrt{2} & \sqrt{2}-1 \\ 1+\frac{3}{\sqrt{2}} & 1-\frac{3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между плоскостями α и β в четырёхмерном пространстве, где α задана уравнением $x_3 = 0$, а β задана в параметрическом виде

$$\begin{cases} x_1 = t; \\ x_2 = s; \\ x_3 = \sqrt{3}t; \\ x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Найти расстояние между плоскостями α и β, где

$$\alpha : \begin{cases} x_1 = 3+t; \\ x_2 = 4+t+s; \\ x_3 = 7+s; \\ x_4 = 0. \end{cases} \beta : \begin{cases} x_1 = 6; \\ x_2 - x_3 + x_4 = -8. \end{cases};$$

4. Методом наименьших квадратов решить переопределённую систему:

$$\begin{cases} x+y+z = 0; \\ 3x+y+4z = 14; \\ 4x+2z = 7; \\ x+y-z = 2. \end{cases}$$

5. Определить метрический тип квадрики

$$4x^2 + 4xz + 4z^2 + 8x + 3y + 6z - 17 = 0.$$

6. Пусть A – линейный оператор с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Обозначим через T тензор $(e_1 - e_2) \otimes A \otimes (e^2 - e^1)$, где A рассматривается как тензор типа (1,1). Найти координату T^{21}_{12}.