

**Предположительная программа коллоквиума по курсу
«Линейная алгебра и геометрия».
Лектор М.В. Зайцев. 2015**

1. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность.
2. Матрица перехода от одного базиса к другому. Координаты, их изменение при замене базиса. Изоморфизм пространств одинаковой размерности.
3. Подпространства, их суммы и пересечения. Прямая сумма подпространств. Размерность суммы и пересечения подпространств.
4. Сопряженное пространство и его размерность. Канонический изоморфизм. Критерий линейной независимости векторов.
5. Задание подпространств линейной однородной системой уравнений.
6. Линейные отображения, их задание матрицами. Размерность ядра и образа.
7. Алгебра линейных операторов. Матрица линейного оператора и ее изменение при замене базиса.
8. Определитель и след линейного оператора. Критерий невырожденности оператора.
9. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения.
10. Характеристический многочлен. Алгебраическая и геометрическая кратности корня.
11. Спектр оператора. Критерий диагонализуемости линейного оператора.
12. Минимальный многочлен, его существование и единственность.
13. Теорема Гамильтона-Кэли и ее следствия.
14. Разложение подпространства в сумму корневых подпространств.
15. Нормальный базис для нильпотентного оператора.
16. Жордановы матрицы. Существование жордановой нормальной формы у комплексной матрицы.
17. Единственность жордановой нормальной формы.
18. Билинейные формы и их матрицы. Изменение матрицы при замене базиса. Канонический базис для симметрической билинейной формы.
19. Квадратичные формы и их матрицы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа.
20. Закон инерции для вещественных квадратичных форм.
21. Теорема Якоби. Критерий Сильвестра.
22. Канонический вид кососимметрической билинейной формы.
23. Евклидово пространство. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
24. Ортогональность векторов. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
25. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.