

**Предположительная программа курса
«Линейная алгебра и геометрия».
Лектор М.В. Зайцев. 2015**

1. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность.
2. Матрица перехода от одного базиса к другому. Координаты, их изменение при замене базиса. Изоморфизм пространств одинаковой размерности.
3. Подпространства, их суммы и пересечения. Прямая сумма подпространств. Размерность суммы и пересечения подпространств.
4. Сопряженное пространство и его размерность. Канонический изоморфизм. Критерий линейной независимости векторов.
5. Задание подпространств линейной однородной системой уравнений.
6. Линейные отображения, их задание матрицами. Размерность ядра и образа.
7. Алгебра линейных операторов. Матрица линейного оператора и ее изменение при замене базиса.
8. Определитель и след линейного оператора. Критерий невырожденности оператора.
9. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения.
10. Характеристический многочлен. Алгебраическая и геометрическая кратности корня.
11. Спектр оператора. Критерий диагонализуемости линейного оператора.
12. Минимальный многочлен, его существование и единственность.
13. Теорема Гамильтона-Кэли и ее следствия.
14. Разложение подпространства в сумму корневых подпространств.
15. Нормальный базис для нильпотентного оператора.
16. Жордановы матрицы. Существование жордановой нормальной формы у комплексной матрицы.
17. Единственность жордановой нормальной формы.
18. Билинейные формы и их матрицы. Изменение матрицы при замене базиса. Канонический базис для симметрической билинейной формы.
19. Квадратичные формы и их матрицы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа.
20. Закон инерции для вещественных квадратичных форм.
21. Теорема Якоби. Критерий Сильвестра.
22. Канонический вид кососимметрической билинейной формы.
23. Евклидово пространство. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
24. Ортогональность векторов. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве. Изоморфизм евклидовых пространств одинаковой размерности.
25. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональное дополнение.

26. Сопряженный оператор и его матрица. Существование ортогонального базиса из собственных векторов для самосопряженного оператора.
27. Ортогональные матрицы. Приведение квадратичной формы к главным осям.
28. Ортогональный оператор и его канонический базис.
29. Полярное разложение линейного оператора.
30. Унитарное пространство, существование ортонормированного базиса, матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
31. Эрмитовы и унитарные операторы, их канонический вид.
32. Аффинные пространства, их изоморфизм, координаты точки в разных системах координат.
33. Подпространства в аффинном пространстве и их пересечение. Задание подпространств системами линейных уравнений.
34. Евклидовы пространства, расстояние от точки до плоскости.
35. Расстояние между плоскостями в евклидовом пространстве. Определитель Грама и объем параллелепипеда.
36. Аффинная группа, подгруппа сдвигов и подгруппа, оставляющая неподвижной фиксированную точку.
37. Движения евклидова пространства, их представление в виде произведения сдвига и движения с неподвижной точкой.
38. Классификация движений в двумерном и трехмерном пространствах.
39. Понятие тензора, тензоры малых рангов, произведение тензоров. Базис и размерность пространства тензоров типа (p, q) .
40. Изменение координат тензора при замене базиса.
41. Свертка тензора, ее координаты.
42. Симметризация и альтернирование тензоров.
43. Тензорная алгебра. Внешняя алгебра векторного пространства.
44. Базис и размерность внешней алгебры векторного пространства.
45. Связь внешнего произведения с определителем.