

Программа курса

«Алгебраические группы и теория инвариантов».

Весна 2023г.

- 1) Алгебраические группы: определение и простейшие свойства. Связные компоненты алгебраической группы.
- 2) Алгебраичность группы, порождённой семейством алгебраических множеств. Коммутант алгебраической группы.
- 3) Гомоморфизмы алгебраических групп. Ядро и образ. Действия алгебраических групп. Орбиты и стабилизаторы.
- 4) Рациональные представления. Линеаризуемость алгебраических групп и их действий на аффинных многообразиях.
- 5) Однородные пространства. Теорема Шевалле.
- 6) Факторгруппы алгебраических групп.
- 7) Касательная алгебра Ли.
- 8) Дифференциалы гомоморфизмов. Алгебры Ли ядер, образов и прообразов при гомоморфизмах. Алгебра Ли пересечения подгрупп. Биекция между связными алгебраическими подгруппами и их алгебрами Ли.
- 9) Связь между линейными представлениями алгебраических групп и их алгебр Ли. Присоединённое представление. Нормальные подгруппы и идеалы. Центр и централизаторы.
- 10) Нильпотентные и унипотентные операторы. Однопараметрический подгруппы.
- 11) Алгебраические торы, квазиторы и диагонализуемые подгруппы.
- 12) Алгебраическая группа, порождённая линейным оператором.
- 13) Разложение Жордана для оператора.
- 14) Разложение Жордана в алгебраической группе и ее алгебре Ли.
- 15) Разрешимые группы. Теорема Кордона о неподвижной точке. Теорема Ли-Колчина.
- 16) Унипотентные группы. Расщепление связной разрешимой группы.
- 17) Борелевские подгруппы. Максимальные унипотентные группы, максимальные торы. Их сопряжённость.
- 18) Разрешимые и унипотентные группы. Полупустые группы и их алгебры Ли.
- 19) Дедуктивные группы.

- 20) Геометрический фактор. Примеры и необходимые условия существования.
- 21) Теорема Розенлихта.
- 22) Поле рациональных инвариантов. Рациональный фактор.
- 23) Теорема Гильберта об инвариантах.