

II. ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ И ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (для кафедры Высшей алгебры).

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ:

1. Непрерывность функций одной переменной, свойства непрерывных функций.
2. Функции многих переменных, полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции.
4. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
5. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости.
6. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойство абсолютно сходящихся рядов. Умножение рядов.
7. Ряды функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).
8. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости, свойства степенных рядов (почленное интегрирование, дифференцирование). Разложение элементарных функций.
9. Несобственные интегралы и их сходимость. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра. Свойства равномерно сходящихся интегралов.
10. Ряды Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
11. Теоремы Остроградского и Стокса. Дивергенция. Вихрь.
12. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
13. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное уравнение.
14. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: однородное и неоднородное.
15. Функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
16. Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Дробно-линейные преобразования.
17. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
18. Ряд Лорана. Полус и существенно особая точка. Вычеты.
19. Криволинейные координаты на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности.
20. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна линии на поверхности. Теорема Менье.
21. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

Алгебра.

1. Линейные пространства, их подпространства. Базис. Размерность. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Система линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных

- уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
2. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах и их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
 3. Линейные операторы линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями. Теорема Гамильтона-Кэли. Жорданова нормальная форма линейного оператора.
 4. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные и самосопряженные линейные операторы, их матрицы. Приведение квадратичной формы к главным осям.
 5. Группы, подгруппы, теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема о гомоморфизмах для групп. Порядок элемента. Циклические группы. Коммутант группы, разрешимые группы. Классы сопряженности, центр группы. Действие групп на множестве, стабилизаторы, орбиты.
 6. Теоремы Силова.
 7. Строение конечно порожденных абелевых групп.
 8. Простота знакопеременных групп степени не ниже 5.
 9. Ассоциативные кольца, идеалы, гомоморфизмы колец, их ядра и образы. Факторкольца, теорема о гомоморфизмах для колец. Простота алгебры матриц над полем.
 10. Конечные расширения полей. Присоединение к полю корня неприводимого многочлена.
 11. Тело кватернионов. Теорема Фробениуса.
 12. Представления групп. Лемма Шура. Теорема Машке. Неприводимые комплексные представления конечных абелевых групп.

III. РЕФЕРАТ ПО ИЗБРАННОМУ НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ

Реферат по избранному направлению подготовки представляет собой обзор литературы по теме будущего научного исследования и позволяет понять основные задачи и перспективы развития темы будущей диссертационной работы. Реферат включает титульный лист, содержательную часть, выводы и список литературных источников. Объем реферата 10-15 страниц машинописного текста. В отзыве к реферату предполагаемый научный руководитель дает характеристику работы и рекомендуемую оценку, входящую в общий экзаменационный балл.

IV. ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ (для кафедры высшей алгебры)

Билет 1.

- 1) Ряд Лорана. Полнос и существенно особая точка. Вычеты.
- 2) Теоремы Силова.
- 3) Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Билет 2.

- 1) Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

- 2) Тело кватернионов. Теорема Фробениуса.
- 3) Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА по Общей части

1. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ
2. Фихтенгольц Г.И. Основы математического анализа, тт. 1,2,3
3. Рудин У.Л. Основы математического анализа
4. Никольский С.М. Математический анализ
5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений
6. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения
8. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения
9. Привалов Н.Н. Введение в теорию функции комплексных переменных
10. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ
12. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия
13. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия
14. Гнеденко Б.В. Очерк по истории математики в России и СССР
15. Рыбников К.А. История математики

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА по Алгебре

1. ОСНОВНАЯ

1. Винберг Э. Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2013.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч.1. Основы алгебры. М.: МЦНМО, 2009.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч.2. Линейная алгебра. М.: МЦНМО, 2009.
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру, ч.3: Основные структуры алгебры. М.: МЦНМО, 2009.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры
6. Александров П.С. Курс по аналитической геометрии и линейной алгебре
7. Гельфанд И.И. Лекции по линейной алгебре
8. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств

2. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Б.Л. Ван дер Варден. Алгебра. М.: Наука, 1972
2. С. Ленг. Алгебра. М.: Мир, 1968