Вопросы к коллоквиуму: осенний семестр 2022-2023 гг.
(1-й курс, 3-й поток, лектор — О.В. Маркова)

1. Система линейных алгебраических уравнений. Совместность и определённость. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
2. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости.
3. База и ранг системы строк (столбцов).
4. Ранг матрицы (совпадение рангов системы строк и системы столбцов).
5. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц (теорема Кронекера-Капелли).
6. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
7. Группа подстановок конечного множества, знак подстановки (четность).
8. Разложение подстановки в произведение транспозиций. Знак произведения подстановок.
9. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства (линейность, кососимметричность).
10. Определитель транспонированной матрицы.
11. Изменение определителя при элементарных преобразованиях строк (столбцов) матрицы.
12. Определитель треугольной матрицы. Критерий равенства определителя нулю.
13. Определитель матрицы с углом нулей.
14. Определитель Вандермонда.
15. Миноры и алгебраические дополнения элементов. Разложение определителя по строке (столбцу). Лемма о «фальшивом» разложении определителя.
16. Теорема Крамера и формулы Крамера для решения определённых квадратных систем линейных уравнений.
17. Теорема об окаймляющих минорах. Теорема о ранге матрицы.
18. Операции над матрицами и их основные свойства. Обобщенная ассоциативность умножения матриц.
19. Транспонирование произведения матриц.
20. Умножение матрицы на диагональную матрицу слева и справа. Единичная матрица, её единственность. Скалярные матрицы.
21. Матричные единицы и их умножение. Элементарные матрицы и их связь с элементарными преобразованиями.
22. Определитель произведения матриц.
23. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы. Критерий существования и способ нахождения обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
24. Формула для нахождения элементов обратной матрицы (с помощью алгебраических дополнений).
25. Ранг произведения матриц.
26. Факторизационный ранг матрицы.
27. Матричная запись системы линейных уравнений. Строение общего решения неоднородной системы уравнений, его геометрическая интерпретация.
28. Строение общего решения однородной системы уравнений. Задание подпространства как множества решений однородной системы.