

ПРОГРАММА КУРСА
«Алгебраические основы теории кодов и линейных рекуррентных
последовательностей»
Весенний семестр 2023/24 учебного года
Лектор — Маркова О.В.

1. Основные параметры кодов: размерность, расстояние Хэмминга, исправление ошибок. Линейные коды.
2. Граница Синглтона. МДР-коды, их свойства.
3. Граница Хэмминга (граница сферической упаковки). Совершенные коды. Двоичный код Хэмминга.
4. Граница Плоткина. Эквидистантные коды. Симплексный код.
5. Изометрические преобразования пространства Хэмминга. Теорема А.А. Маркова.
6. Реальная длина кода, её свойства.
7. Теорема Мак-Вильямс о продолжении изометрий линейных кодов.
8. Проверочная матрица, гарантируемый ранг и расстояние линейного кода над полем. Проверочная и порождающая матрицы в стандартной форме.
9. Двойственный код, его проверочная и порождающая матрицы. Коды, двойственные к двоичному коду Хэмминга и к обобщенному коду Рида-Соломона.
10. Построение новых кодов из заданных: добавление констант, добавление проверки на чётность, расширение кода, декартово произведение кодов, тензорное произведение кодов, гибридный код.
11. Построение новых кодов из заданных: увеличение размерности с сохранением расстояния, уменьшение длины кода. Граница Грайсмера.
12. Основные понятия теории колец и модулей. Локальные кольца, эквивалентные определения. Разложение конечного коммутативного кольца в прямую сумму локальных колец.
13. Аннуляторы идеала в модуле и подмодуля в кольце. Радикал Джекобсона конечного коммутативного кольца и цоколь модуля, связь между ними.
14. Модуль характеров конечного модуля. Инъективные модули. Критерий Бэра. Инъективность модуля характеров.
15. Квазифробениусов модуль, существование.
16. Квазифробениусов модуль, его единственность с точностью до изоморфизма.
17. Характеризация квазифробениусовых модулей с помощью различающих характеров.
18. Коды над квазифробениусовым модулем, двойственность между кодами над кольцом и кодами над квазифробениусовым модулем.
19. Общая весовая функция линейного кода над кольцом и над модулем. Тождество Мак-Вильямс для линейных кодов над кольцом и над квазифробениусовым модулем.
20. Пространство последовательностей над кольцом как модуль над кольцом многочленов. Линейные рекуррентные последовательности (ЛРП). Характеристический многочлен ЛРП. Порождающие элементы модуля ЛРП. Импульсная последовательность. Генератор ЛРП.
21. Минимальный многочлен ЛРП над полем и его свойства. Аннулятор ЛРП. Соотношения между семействами ЛРП с различными характеристическими многочленами.
22. Общие свойства и параметры периодических последовательностей.
23. Периодичность ЛРП над конечным кольцом.
24. Периоды многочленов и ЛРП над полем. Вычисление периода неприводимого многочлена.
25. Вычисление периода произвольного многочлена над полем по его каноническому разложению.
26. Существование и свойства ЛРП максимального периода над конечным полем.

Литература по курсу

1. В.Л. Куракин, А.А. Нечаев. Линейные коды и полилинейные рекурренты.
2. А.А. Нечаев. Конечные квазифробениусовы модули, приложения к кодам и линейным рекуррентам// *Фундаментальная и прикладная математика*, 1995, Т.1, № 1, 229-254.
3. М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. *Алгебра*, т. 1,2. Изд. «Гелиос АРВ», М., 2003.
4. Р. Лидл, Г. Нидеррайтер. *Конечные поля*, т. 1,2. Изд. «Мир», М., 1988.