Универсальные пространства, непрерывно содержащие топологические группы

Ставрос Илиадис

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова
s.d.iliadis@gmail.com

Проблемы существования универсальных элементов в классе всех топологических групп веса $\le \tau \ne \omega$ [2] и в классе всех метризуемых топологиских групп веса $\le \tau \ne \omega$ [3] остаются открытыми. Некоторые другие проблемы, касающиеся универсальных пространств даны в [1]. Например одна из этих проблем следующая: существует ли универсальный элемент в классе всех n-мерных топологических групп данного веса.

Существование этих открытых проблем послужило мотивировкой для рассмотрения, в качестве альтернативы универсальным топологическим группам, пространства непрерывно и топологически изоморфно содержащие все топологические группы данного семейства. Ниже мы даем соответствующее определение.

Определение. **Пусть Q - топологическое пространство, $\mathbf{G}$ - индексированная коллекция топологических групп и пусть, для каждого элемента $G \in \mathbf{G}$, h_Q^G - топологическое вложение G в Q. Будем говорить, что Q -** *непрерывно содержащее пространство для* $\mathbf{G}$ *относительно коллекции*

$$h_Q^{\mathbf{G}} \equiv \{h_Q^G : G \in \mathbf{G}\},$$

если следующие условия выполнены:

(1) для любых точек $x, y \in G \in \mathbf{G}$ и любой окрестности U точки $h_Q^G(xy)$ в Q, существуют такие окрестности V и W точек $h_Q^G(x)$ и $h_Q^G(y)$ в Q, соответственно, что для любых точек $x', y' \in G' \in \mathbf{G}$, для которых

$$h_Q^{G'}(x') \in V \ \textbf{and} \ h_Q^{G'}(y') \in W$$

имеем

$$h_Q^{G'}(x'y') \in U;$$

(2) для любой точки $x \in G \in \mathbf{G}$ и для любой окрестности U точки $h_Q^G(x^{-1})$ в Q существует такая окрестность V точки $h_Q^G(x)$ в Q, что для каждой точки $x' \in G' \in \mathbf{G}$, для которой $h_Q^{G'}(x') \in V$ имеем

$$h_Q^{G'}((x')^{-1}) \in U;$$

(3) $$\cup\{h_Q^G(G) : G \in \mathbf{G}\} = Q.$$

Определение. **Топологическое пространство Q называется** *непрерывно содержащем для индексной коллекции* $\mathbf{G}$ *топологических групп*, **если для каждого элемента $G \in \mathbf{G}$, существует топологическое вложение h_Q^G группы G в Q так, что Q является непрерывно содержащим пространством для $\mathbf{G}$ относительно коллекции $\{h_Q^G : G \in \mathbf{G}\}$.**

В моем докладе я затрону следующие аспекты пространств, непрерывно содержащих топологические группы:

(1) **будет показано существование универсалных и содержащих элементов в некоторых классах пространств, непрерывно содержащих топологические группы.**

(2) **будет определено** *действие* **пространств, непрерывно содержащих топологические группы, на топологическое пространство и рассмотрены некоторые теоремы вложения.**

Список литературы

[1] Ставрос Илиадис, *О вложениях топологических групп*, **Фундаментальная и прикладная математика, Том 20, No.2, 2015, стр.. 105-112. Journal of Mathematical Sciences, 2017, 223:6, 720-724 (English).**

[2] V.V. Uspenskij, *On the group of isometries of the Urysohn universal metric space*, **Comment.Math.Univ.Carolinae 31, 1(1990), 181-182.**

[3] С.А. Шкарин, *Об универсальных Абелевых топологических групп*, **Математический сборник, Том 190, No. 7 (1999), 127-144.**