

## Программа курса «Теория колец», весенний семестр 2023/2024

Лектор — доцент, к.ф.-м.н. О. В. Маркова

1. Неразложимые и строго неразложимые модули. Свойства неразложимых модулей, которые одновременно являются артиновыми и нётеровыми. Критерий локальности артинова кольца.
2. Разложение Крулля—Шмидта. Примитивные идемпотенты. Нётерово справа кольцо содержит полное множество локальных примитивных идемпотентов.
3. Поднятие идемпотентов. Идемпотенты поднимаются по модулю нильидеала. Поднятие ортогональных систем идемпотентов.
4. Радикал Джекобсона кольца  $eRe$ . Локальные идемпотенты.
5. Полулокальные и полусовершенные кольца. Теорема Мюллера (без единственности).
6. Изоморфные идемпотенты. Изоморфизм идемпотентов по модулю радикала Джекобсона. Примитивные идемпотенты по модулю радикала Джекобсона.
7. Примитивные идемпотенты в полусовершенном кольце. Единственность в теореме Мюллера. Критерий, когда кольцо эндоморфизмов модуля является полусовершенным. Кольцо эндоморфизмов модуля, который одновременно и артинов, и нётеров.
8. Чистые кольца. Теорема Хана—Николсона. Кольцо матриц над чистым кольцом. Свойства идемпотентов чистого кольца.
9. Ортогональная конечность. Ортогонально конечные кольца содержат полное ортогональное множество идемпотентов. Теорема Камилло—Ю.
10. Первичные идеалы,  $m$ -системы,  $m$ -последовательности. Радикал идеала. Полупервичные идеалы,  $n$ -системы.
11. Первичный радикал произвольного кольца. Первичные и полупервичные кольца. Лемма Брауэра. Полупервичные кольца, удовлетворяющие условию обрыва убывающих цепей главных правых идеалов. Артиновы справа полупервичные кольца.
12. Радикал Кёте. Лемма Утуми. Теорема Левицкого.
13. Существенные подмодули. Критерий полупростоты модуля. Существенные расширения устойчивы относительно взятия прямых сумм. Равномерные модули.
14. Равномерная размерность модуля.
15. Свойства полупервичных колец с условием обрыва возрастающих цепей правых аннуляторов.
16. Кольца Голди. Регулярные элементы в кольцах Голди.
17. Классическое кольцо частных. Условия Ore. Конструкция правого классического кольца частных для правого кольца Ore (без проверки аксиом кольца).
18. Области Ore. Теорема Голди (доказательство необходимости).
19. Теорема Голди (доказательство достаточности). Порядки в кольцах. Теорема Фейта—Утуми (без доказательства).