

О распределении нулей многочленов с вполне неотрицательной матрицей Гурвица

Михаил Тяглов*

Пусть многочлен

$$p(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n, \quad a_0 > 0,$$

задан своими коэффициентами. Матрица размера $n \times n$ и вида

$$H_n(p) = (a_{2j-i}), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n,$$

называется (конечной) матрицей Гурвица. Вместе с ней мы так же будем рассматривать бесконечную матрицу Гурвица $\mathcal{H}_\infty(p) = (a_{2j-i})_{i,j \in \mathbb{Z}}$.

Аснер [1] и независимо от него Кемперман [2] доказали, что если многочлен p квази-устойчив, то есть, если все корни многочлена p лежат в замкнутой левой полуплоскости, то матрица $H_n(p)$ вполне неотрицательна, то есть, все её миноры неотрицательны. Кемперман также показал, что и бесконечная матрица Гурвица вполне неотрицательна для квази-устойчивых многочленов. Однако полная неотрицательность конечной матрицы Гурвица данного многочлена не влечёт его квази-устойчивость [1].

В докладе мы покажем, что полная неотрицательность бесконечной матрицы Гурвица многочлена p эквивалентна его квази-устойчивости, а также полностью опишем распределение нулей многочленов с вполне неотрицательной конечной матрицей Гурвица, дав точные (неулучшаемые) необходимые и достаточные условия полной неотрицательности конечной матрицы Гурвица многочлена p в терминах распределения его нулей.

Работа выполнена совместно с Мохаммадом Адмом и Юргеном Гарлоффом, Университет Констанца, Германия.

References

- [1] B.A. Asner, *On the total nonnegativity of the Hurwitz matrix*. SIAM J. Appl. Math., **18**, 1970, pp. 407–414.
- [2] J.H.B. Kemperman, *A Hurwitz matrix is totally positive*, SIAM J. Math. Anal., **13**, 1982, pp. 331–341.

*Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China (tyaglov@sjtu.edu.cn).