

ВОПРОСЫ

к коллоквиуму по алгебре

1 семестр, 2 поток, осень 2012 г.

лектор – Ю. Г. Прохоров

- (1) Системы линейных уравнений. Приведение матрицы к ступенчатому виду при помощи элементарных преобразований строк. Метод Гаусса. Критерии совместности и определенности системы линейных уравнений.
- (2) Ассоциативность отображений. Обратное отображение. Его существование и единственность. Подстановки. Их свойства и количество.
- (3) Транспозиции. Разложение подстановки в произведение транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Четность подстановки. Четность произведения. Число четных и нечетных подстановок.
- (4) Циклы. Разложение подстановки в произведение независимых циклов.
- (5) Определитель. Определитель треугольной матрицы. Полилинейность определителя.
- (6) Кососимметричность определителя. Определитель транспонированной матрицы.
- (7) Вычисление определителя при помощи элементарных преобразований. Определитель с углом нулей.
- (8) Разложение определителя по строке или столбцу. Фальшивое разложение.
- (9) Определитель Вандермонда. Теорема и формулы Крамера.
- (10) Операции над матрицами. Их свойства. Ассоциативность умножения матриц. Матричная запись систем линейных уравнений. Понятие кольца. Обратимые элементы и делители 0 в кольце.
- (11) Кольцо матриц. Обратные матрицы. Единственность. Формула для обратной матрицы. Делители 0 в кольце матриц. Критерий обратимости матрицы.
- (12) Матричные единицы. Элементарные матрицы. Разложение невырожденной матрицы в произведение элементарных. Вычисление обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Определитель произведения матриц.
- (13) Понятие векторного пространства. Примеры. Понятие линейной зависимости векторов и ее свойства. Критерий равенства определителя нулю. Базис системы векторов. Стандартный базис в \mathbb{R}^n .
- (14) Основная лемма о линейной зависимости. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Размерность пространства. Следствия из основной леммы о линейной зависимости.
- (15) Теорема о ранге матрицы.
- (16) Ранг произведения матриц. Нахождение базиса и ранга системы векторов.
- (17) Теорема Кронекера-Капелли. Связь решений неоднородной и соответствующей однородной систем линейных уравнений.
- (18) Базис и размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Задание подпространства однородной системой линейных уравнений.