

План учебного семинара (весна 2012 г.) Многообразия Фано

Для простоты предполагаем, что все многообразия Фано – неособые и трехмерные.

- (1) Основные свойства (включая понятие индекса и классификацию многообразий Фано индекса $\geq \dim X$) [IP99, Ch. 2], [Иск79, гл. 1, §4]. Примеры [IP99, Ch. 2], [Про10b].
- (2) Поверхности дель Пеццо [Иск79, гл. 1, §2], [Dol, Ch. 8]. Поверхности КЗ [Иск79, гл. 1, §2], [SD74]. Многообразия минимальной степени [Иск79, гл. 1, §3].
- (3) Обзор классификации экстремальных лучей на неособых трехмерных многообразиях [IP99, Ch. 1], [Mor82], [Cut88].
- (4) Примеры многообразий Фано с $\rho > 1$. Идея классификации [IP99, §7.1] (см. также [MM83], [MM86]).
- (5) Многообразия Фано с базисными точками [Иск79, гл. 1, §2], [IP99, §2.4].
- (6) Гиперэллиптические многообразия Фано [Иск79, гл. 2, §2].
- (7) Тригональные многообразия Фано [Иск79, гл. 2, §3].
- (8) Многообразия Фано основной серии – пересечения квадратик [Иск79, гл. 4, §1, гл. 1, §3].
- (9) Существование хорошего (гладкого) дивизора в фундаментальной линейной системе [Иск88, §4], [IP99, §2.3], [Rei83a], [Про10a].
- (10) Прямые и коники на многообразиях Фано [IP99, §4.2].
- (11) Классификация многообразий Фано индекса 2 [IP99, Ch. 3].
- (12) Флопы [Kol89], [Rei83b]. Элементарные линки в случае многообразий Фано [IP99, §4.1]. Примеры.
- (13) Элементарные линки с центром в прямой (при условии ее существования) [IP99, §4.2]. Классификация многообразий Фано.
- (14) Элементарные линки с центром в конике и точке. Доказательство существования прямой [IP99, §4.4-4.5], [Tak89].
- (15) Классификация многообразий при помощи векторных расслоений (Мукай) [IP99, §5.2], [Muk88], [Muk89], [Muk92], [Muk02].
- (16) Многообразии V_{22} как $VSP(6, F_4)$ [Muk89], [Muk92], [Muk02], [Dol, Ch. 4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [Cut88] Steven Cutkosky. Elementary contractions of Gorenstein threefolds. *Math. Ann.*, 280(3):521–525, 1988.
- [Dol] I. Dolgachev. Classical algebraic geometry: a modern view (Topics in classical algebraic geometry) <http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/CAG.pdf>.
- [IP99] V. A. Iskovskikh and Yu. Prokhorov. *Fano varieties. Algebraic geometry. V.*, volume 47 of *Encyclopaedia Math. Sci.* Springer, Berlin, 1999.

- [Kol89] János Kollár. Flops. *Nagoya Math. J.*, 113:15–36, 1989. <http://projecteuclid.org/DPubS?service=UI&version=1.0&verb=Display&handle=euclid.nmj/1118781185>
- [Mor82] S. Mori. Threefolds whose canonical bundles are not numerically effective. *Ann. Math.*, 115:133–176, 1982.
- [MM83] Shigefumi Mori and Shigeru Mukai. On Fano 3-folds with $B_2 \geq 2$. In *Algebraic varieties and analytic varieties (Tokyo, 1981)*, volume 1 of *Adv. Stud. Pure Math.*, pages 101–129. North-Holland, Amsterdam, 1983. <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~mukai/paper/Fano1983.pdf>
- [MM86] S. Mori and S. Mukai. Classifications of Fano 3-folds with $B_2 \geq 2$, I. In *Algebraic and topological theories. Papers from the symposium dedicated to the memory of Dr. Takehiko Miyata held in Kinokuniya, October 30 – November 9, 1984*, pages 496–545. Kinokuniya, Tokyo, 1986. <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~mukai/paper/Fano1985.pdf>
- [Muk88] Shigeru Mukai. Curves, $K3$ surfaces and Fano 3-folds of genus ≤ 10 . In *Algebraic geometry and commutative algebra, Vol. I*, pages 357–377. Kinokuniya, Tokyo, 1988.
- [Muk89] Shigeru Mukai. Biregular classification of Fano 3-folds and Fano manifolds of coindex 3. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 86(9):3000–3002, 1989. <http://www.pnas.org/content/86/9/3000.full.pdf+html?sid=57a5491c-f504-4dc8-98cd-7d1bd7b85465>
- [Muk92] Shigeru Mukai. Fano 3-folds. In *Complex projective geometry (Trieste, 1989/Bergen, 1989)*, volume 179 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.*, pages 255–263. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992.
- [Muk02] Shigeru Mukai. New developments in the theory of Fano threefolds: vector bundle method and moduli problems [translation of *Sūgaku* 47 (1995), no. 2, 125–144]. *Sugaku Expositions*, 15(2):125–150, 2002. <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~mukai/>
- [Rei83a] M. Reid. Projective morphisms according to Kawamata. 1983. <http://www.maths.warwick.ac.uk/~miles/3folds>
- [Rei83b] Miles Reid. Minimal models of canonical 3-folds. In *Algebraic varieties and analytic varieties (Tokyo, 1981)*, volume 1 of *Adv. Stud. Pure Math.*, pages 131–180. North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [SD74] B. Saint-Donat. Projective models of $K - 3$ surfaces. *Amer. J. Math.*, 96:602–639, 1974.
- [Tak89] Kiyohiko Takeuchi. Some birational maps of Fano 3-folds. *Compositio Math.*, 71(3):265–283, 1989. http://www.numdam.org/numdam-bin/item?id=CM_1989__71_3_265_0
- [Иск79] В. А. Исковских. Антиканоические модели трехмерных алгебраических многообразий. *Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат.*, 12:59–157, 1979. http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=intd&paperid=34&option_lang=rus
- [Иск88] В. А. Исковских. *Лекции по трехмерным алгебраическим многообразиям. Многообразия Фано*. Изд-во МГУ, 1988. http://mech.math.msu.su/algebra/wiki/lib/exe/fetch.php/staff:prokhorov:fano:Iskovskikh_V_Mnogoobraziya_Fano_Izd_MGU_1988.djvu.pdf
- [Про10a] Ю. Г. Прохоров. «Многообразия Фано» (неоконченные записки лекций), 2010. <http://mech.math.msu.su/algebra/wiki/lib/exe/fetch.php/staff:prokhorov:teach:fano.pdf>
- [Про10b] Ю. Г. Прохоров. Задачи к курсу «Многообразия Фано», 2010. http://mech.math.msu.su/algebra/wiki/lib/exe/fetch.php/staff:prokhorov:teach:fano_zad.pdf