

Программа спецкурса
«Основы алгебраической геометрии»
2021/2022 уч. год, осенний семестр
Лектор Д. А. Тимашёв

1. Теорема Гильберта о базисе идеала. Нётеровы кольца.
2. Аффинные алгебраические многообразия, их идеалы, регулярные функции, морфизмы.
3. Двойственность между категориями аффинных многообразий и их координатных алгебр.
4. Целые и конечные расширения алгебр.
5. Лемма Нётер о нормализации.
6. Теорема Гильберта о нулях, её следствия.
7. Топология Зарисского, её нётеровость. Разложение на неприводимые компоненты.
8. Критерий неприводимости аффинного многообразия.
9. Главные открытые подмножества.
10. Рациональные функции и отображения.
11. Прямые произведения аффинных многообразий.
12. Замкнутые вложения и доминантные морфизмы (рациональные отображения), их алгебраическая характеристика.
13. Конечные морфизмы, их свойства.
14. Доминантные морфизмы: локальное разложение на конечный морфизм и проекцию, теорема об образе.
15. Размерность аффинных многообразий.
16. Теорема Крулля о размерности гиперповерхности.
17. Теорема о размерности слоёв морфизма.
18. Рациональные накрытия, степень накрытия. Бирациональные отображения.
19. Факторизация рациональных отображений.
20. Касательные пространства.
21. Дифференциалы морфизмов.
22. Гладкие и особые точки.
23. Касательное пространство к слою морфизма.

24. Структура вещественных и комплексных алгебраических многообразий с точки зрения дифференциальной геометрии.
25. Общее понятие алгебраического многообразия: пучки функций, аффинные атласы, морфизмы, прямые произведения.
26. Проективные многообразия. Прямое произведение проективных многообразий проективно.
27. Грассманианы и многообразия флагов.
28. Отделимые многообразия.
29. Полные многообразия.
30. Полнота проективных многообразий.
31. Нормальные многообразия. Теорема об устранении особенностей.
32. Дивизоры рациональных функций на нормальном многообразии.

Литература

- [1] Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. М., Мир, 1972.
- [2] Винберг Э. Б., Онищик А.Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. М., Наука, 1988.
- [3] Данилов В. Л. Алгебраические многообразия и схемы. Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. т. 23. М., ВИНТИ, 1988.
- [4] Крафт Х. Геометрические методы в теории инвариантов. М., Мир, 1987.
- [5] Шафаревич И. Р. Основы алгебраической геометрии. т. 1. М., Наука, 1988.