

**Программа спецкурса**  
**«Основы алгебраической геометрии»**  
**2024/2025 уч. год, осенний семестр**  
**Лектор Д. А. Тимашёв**

1. Теорема Гильберта о базисе идеала. Нётеровы кольца.
2. Аффинные алгебраические многообразия, их идеалы, координатные алгебры, морфизмы.
3. Двойственность между категориями аффинных многообразий и их координатных алгебр.
4. Целые и конечные расширения алгебр.
5. Лемма Нётер о нормализации.
6. Теорема Гильберта о нулях, её следствия.
7. Топология Зарисского, её нётеровость. Разложение на неприводимые компоненты.
8. Алгебраический критерий неприводимости аффинного многообразия.
9. Главные открытые подмножества.
10. Регулярные функции.
11. Рациональные функции и отображения.
12. Прямые произведения аффинных многообразий.
13. Замкнутые вложения и доминантные морфизмы (рациональные отображения), их алгебраическая характеристика.
14. Конечные морфизмы, их свойства.
15. Доминантные морфизмы: локальное разложение на конечный морфизм и проекцию, теорема об образе.
16. Размерность аффинных многообразий.
17. Теорема Крулля о размерности гиперповерхности.
18. Теорема о размерности слоёв морфизма.
19. Рациональные накрытия, степень накрытия.
20. Бирациональные отображения. Факторизация рациональных отображений.
21. Касательные пространства.
22. Дифференциалы морфизмов.
23. Гладкие и особые точки.
24. Касательное пространство к слою морфизма.

25. Структура вещественных и комплексных алгебраических многообразий с точки зрения дифференциальной геометрии.
26. Общее понятие алгебраического многообразия: пучки функций, аффинные атласы, морфизмы, прямые произведения.
27. Проективные многообразия. Прямое произведение проективных многообразий проективно.
28. Грассманианы и многообразия флагов.
29. Отделимые многообразия.
30. Полные многообразия.
31. Полнота проективных многообразий.

## Литература

- [1] Атья М., Макдональд И. Введение в коммутативную алгебру. М., Мир, 1972.
- [2] Винберг Э. Б., Онищик А.Л. Семинар по группам Ли и алгебраическим группам. М., Наука, 1988. Гл. 2.
- [3] Данилов В. И. Алгебраические многообразия и схемы. Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т. 23. М., ВИНТИ, 1988.
- [4] Хартсхорн Р. Алгебраическая геометрия. М., Мир, 1981. Гл. 1.
- [5] Шафаревич И. Р. Основы алгебраической геометрии. Т. 1. М., Наука, 1988.