

Домашнее задание №2

1. Найти степень поля разложения над \mathbb{Q} многочлена

(a) $x^4 - 2$;

(b) $x^p - c$, где p — простое число, и $c \in \mathbb{Q}$ не является p -й степенью рационального числа;

(c)* $(x^2 - c_1) \cdots (x^2 - c_n)$, где $c_1, \dots, c_n \in \mathbb{Q}^\times$.

2. Найти круговые многочлены $\Phi_n(x)$ для $n = 1, \dots, 12, 30, 100, 288, 1000$.

3. Пусть p — простое число. Найти круговые многочлены

(a) $\Phi_p(x)$;

(b) $\Phi_{p^k}(x)$ ($k \in \mathbb{N}$).

4. Пусть m делит n и делится на все простые делители n . Доказать, что $\Phi_n(x) = \Phi_m(x^{n/m})$.

5. Пусть n содержит простой множитель p кратности 1. Доказать, что $\Phi_n(x) = \Phi_{n/p}(x^p) / \Phi_{n/p}(x)$.

6. Найти у кругового многочлена $\Phi_n(x)$

(a) сумму коэффициентов;

(b) свободный член.