

## Домашнее задание №15

1. На каждой грани куба написано число. Выполним следующее действие: заменим одновременно каждое из этих чисел на среднее арифметическое чисел, записанных в соседних гранях.
  - (a) Как приблизительно может выглядеть распределение чисел по граням куба после повторения этого действия большое число раз?
  - (b) Написать точные формулы для чисел, которые появятся на гранях куба через  $N$  шагов.
2. Доказать, что  $Sp_{2n}(\mathbb{K}) \subseteq SL_{2n}(\mathbb{K})$ .
3. Пусть на  $n$ -мерном векторном пространстве  $V$  на поле  $\mathbb{R}$  задана невырожденная симметрическая билинейная форма  $\beta$  сигнатуры  $(p, q)$ . Линейный оператор на  $V$ , сохраняющий форму  $\beta$ , называется *псевдоортогональным*. Псевдоортогональные операторы образуют подгруппу  $O(V, \beta) \subset GL(V)$ , называемую *псевдоортогональной группой*.
  - (a) Задать псевдоортогональную группу матричным уравнением в ортонормированном базисе пространства  $V$  — соответствующая матричная группа обозначается  $O_{p,q}(\mathbb{R})$ .
  - (b) Доказать, что  $O_{p,q}(\mathbb{R})$  — группа Ли.
  - (c) Найти размерность и касательную алгебру Ли группы  $O_{p,q}(\mathbb{R})$ .