

Домашнее задание №10

- Описать все одномерные комплексные линейные представления групп:
 - $A_4 \times D_4$;
 - \mathbb{Q}/\mathbb{Z} .
- Сколько попарно не изоморфных трёхмерных комплексных линейных представлений имеется у группы $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$?
- Описать все неприводимые комплексные линейные представления групп:
 - Q_8 ;
 - $A_4 \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$;
 - $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{F}_3 \right\}$.
- Найти количество и размерности неприводимых комплексных линейных представлений групп:
 - A_5 ;
 - некоммутативной группы G порядка p^3 (где p — простое число).
- Существует ли конечная группа, у которой неприводимые комплексные линейные представления исчерпываются:
 - тремя одномерными и четырьмя двумерными;
 - пятью одномерными и одним пятимерным?
- Доказать, что в группе $GL_2(\mathbb{C})$ нет подгруппы, изоморфной S_4 .
- Доказать, что в любом пятимерном комплексном линейном представлении группы A_4 имеется одномерное инвариантное подпространство.
- Доказать, что в группе $GL_n(\mathbb{C})$ имеется лишь конечное число конечных подгрупп заданного порядка, с точностью до сопряжённости.