

Программа спецкурса
«Представления классических групп»
2020/2021 уч. год, осенний семестр
Лектор Д. А. Тимашёв

- 1) Изотипное разложение вполне приводимого представления. Неприводимые представления прямого произведения групп.
- 2) Структура полупростых алгебр и их неприводимые представления. Приложение к теории представлений конечных групп.
- 3) Диаграммы, таблицы и симметризаторы Юнга, их свойства.
- 4) Взаимодействие симметризаторов Юнга, отвечающих разным диаграммам. Классификация неприводимых представлений симметрической группы S_m .
- 5) Реализация неприводимых представлений симметрической группы в модулях Шпехта.
- 6) Стандартные таблицы Юнга. Базис модуля Шпехта: доказательство линейной независимости.
- 7) Лемма Сильвестра, соотношения выпрямления. Завершение доказательства теоремы о базисе модуля Шпехта.
- 8) Правило ветвления для представлений симметрической группы. Восстановление неприводимого представления группы S_m по его ограничению на подгруппу S_{m-1} .
- 9) Размерность неприводимого представления симметрической группы: формула крюков.
- 10) Неприводимое представление симметрической группы, отвечающее крюку.
- 11) Неприводимые представления знакопеременной группы A_m : вложение в неприводимое представление группы S_m , разложение неприводимого S_m -модуля в прямую сумму неприводимых A_m -модулей.
- 12) Классификация неприводимых представлений знакопеременной группы.
- 13) Функторы Шура и модули Вейля. Неприводимость представления группы GL_n в модуле Вейля.
- 14) Рациональные и полиномиальные линейные представления группы GL_n . Матричные элементы представления. Реализация полиномиальных представлений в наборах ковариантных тензоров, полная приводимость рациональных представлений и классификация неприводимых представлений группы GL_n .
- 15) Обобщённые таблицы Юнга. Реализация модулей Вейля в алгебре многочленов от матричных элементов.
- 16) Полустандартные (обобщённые) таблицы Юнга. Базис модуля Вейля.
- 17) Многообразия флагов и флаговые мультиконусы, их задание алгебраическими уравнениями.
- 18) Представление группы GL_n и определяющие соотношения для алгебры многочленов на флаговом мультиконусе.
- 19) Характеристики линейных представлений группы GL_n , многочлены Шура — базис пространства симметрических многочленов. Линейное представление группы GL_n определяется своим характером.
- 20) Проблема разложения тензорного произведения неприводимых представлений. Формулы Пиери, примеры, формула Клебша–Гордана. Доказательство формул Пиери сведением к разложению произведения многочленов Шура.
- 21) Умножение полустандартных таблиц, умножение на строку или столбец.
- 22) Правило ветвления для представлений группы GL_n .
- 23) Формула Якоби–Труди для многочлена Шура.
- 24) Размерность модуля Вейля.

В каждом билете будет один теоретический вопрос из программы и одна задача.